

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に杭を等間隔に打って32×24mの土地を囲みたい。杭は最少で何本必要か？ (p.67 No.9)

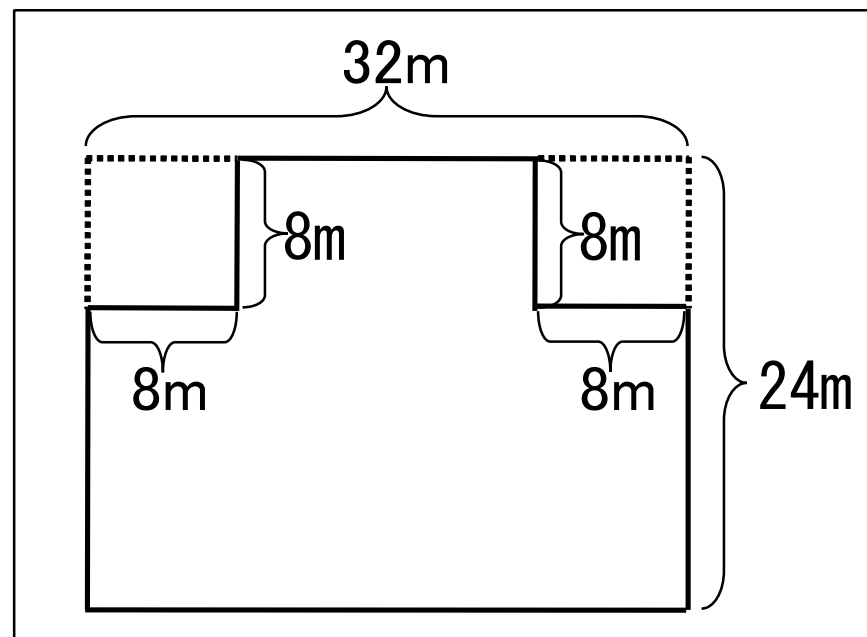
2. 単位 : m vs. GCD

★32x24mの周囲※は
112m→ $112/\square=14$ (本)

☆4x3GCDの周囲は
 \square GCD→14本

3. この問題＝“長方形を□形に分割する問題”

$$\begin{aligned} & \times (32+24) \times 2 \\ & = 56 \times 2 = 112 \end{aligned}$$



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に杭を等間隔に打って32×24mの土地を囲みたい。杭は最少で何本必要か？ (p.67 No.9)

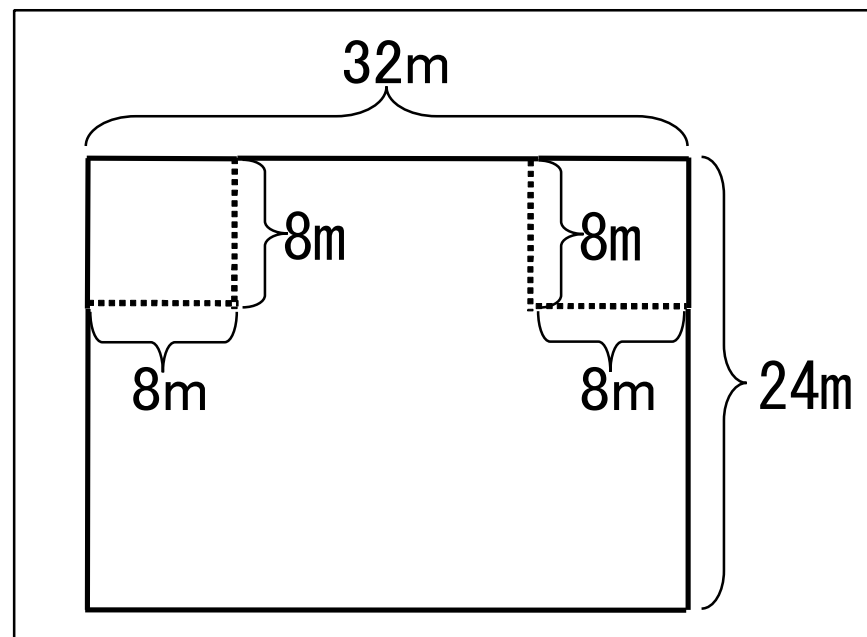
2. 単位 : m vs. GCD

★32x24mの周囲※は
112m→ $112/\square=14$ (本)

☆4x3GCDの周囲は
 \square GCD→14本

3. この問題＝“長方形を□形に分割する問題”

$$\begin{aligned} & \times (32+24) \times 2 \\ & = 56 \times 2 = 112 \end{aligned}$$



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に杭を等間隔に打って32×24mの土地を囲みたい。杭は最少で何本必要？ (p.67 No.9)

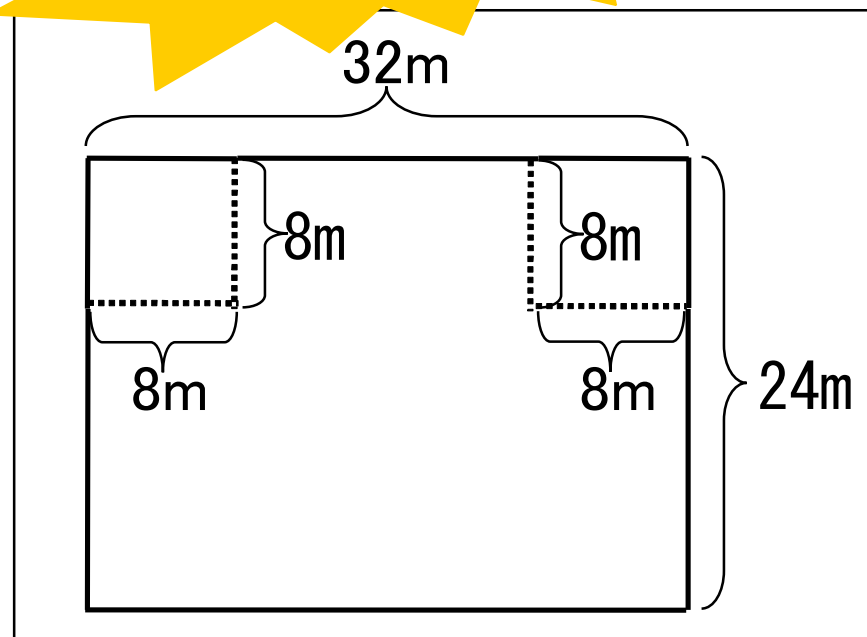
2. 単位 : m vs. GCD

★32x24mの周囲※は
112m → $112 / \square = 14$ (本)

☆4x3GCDの周囲は
 $\square \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を \square 形に分割する問題”

この変形がOKなのは辺の長さ8が(たまたま)GCDだから。



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

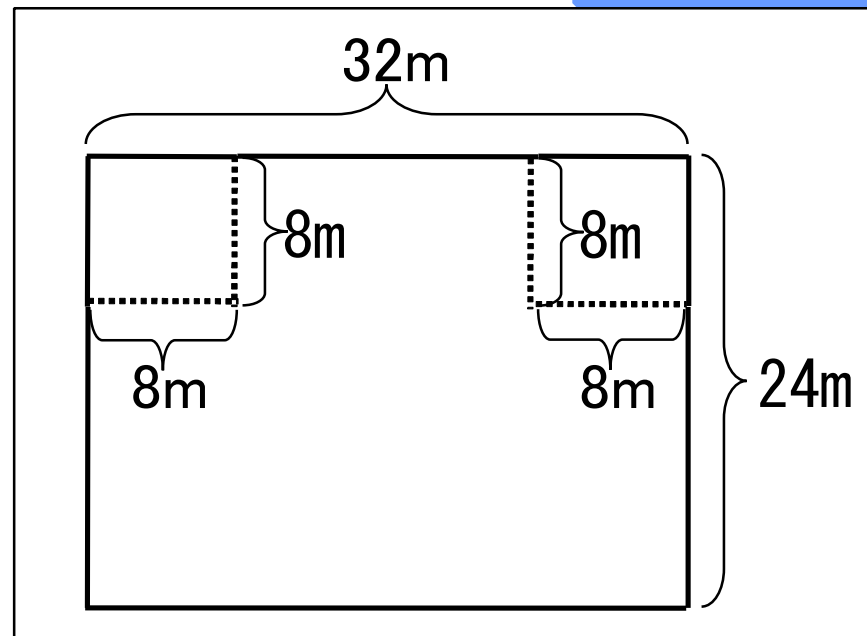
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲 ※ は $112 \text{m} \rightarrow 112 / \square = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $\square \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を \square 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{ \ 4 \ 3} \end{array}$$

→ 2x2x2 = 8

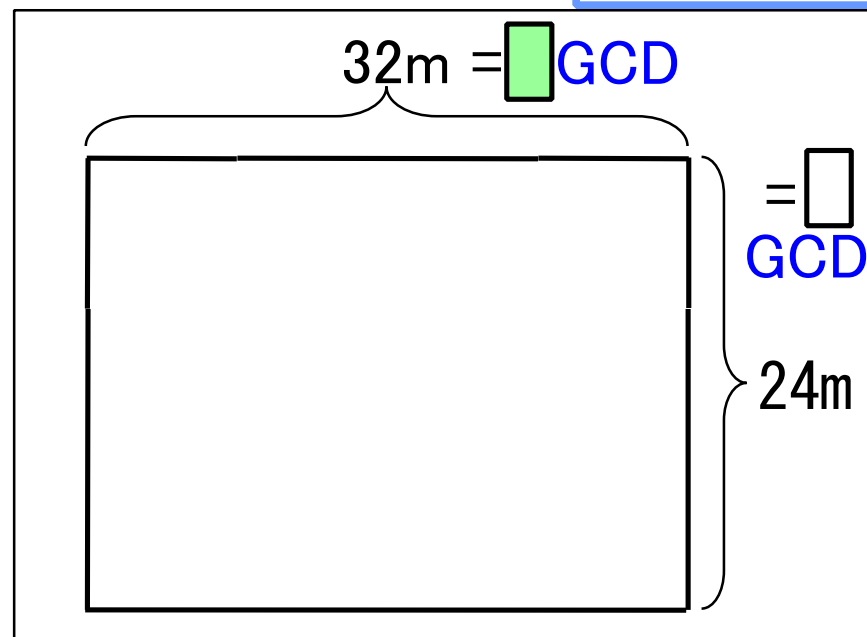
2. 単位 : m vs. GCD

※ (32+24) x 2
= 56 x 2 = 112

★ 32x24mの周囲※は 112m → 112 / 8 = 14 (本)

☆ 4x3GCDの周囲は □ GCD → 14本

3. この問題 = “長方形を□形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{ \ 4 \ 3} \end{array}$$

→ 2x2x2 = 8

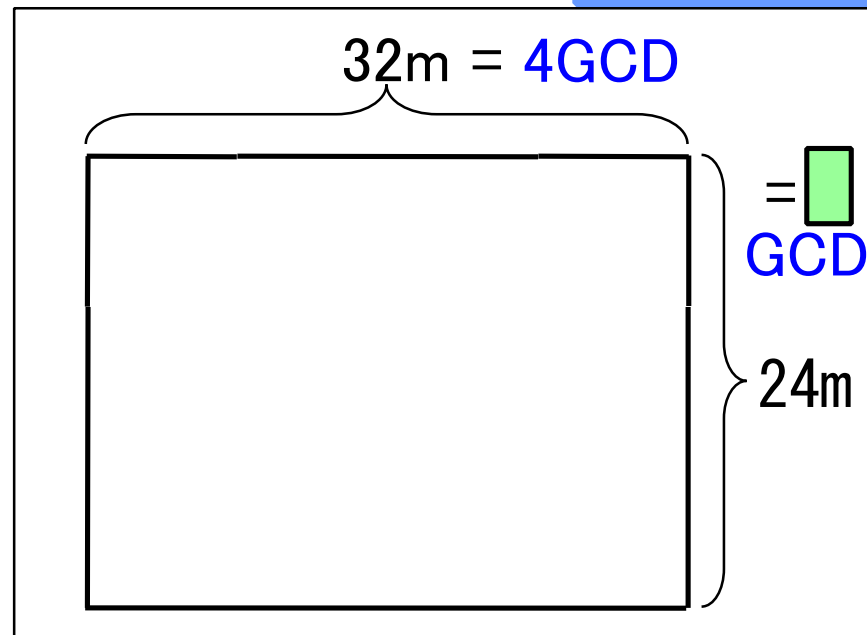
2. 単位 : m vs. GCD

※ (32+24) x 2
= 56 x 2 = 112

★ 32x24mの周囲※は 112m → 112 / 8 = 14 (本)

☆ 4x3GCDの周囲は □ GCD → 14本

3. この問題 = “長方形を□形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

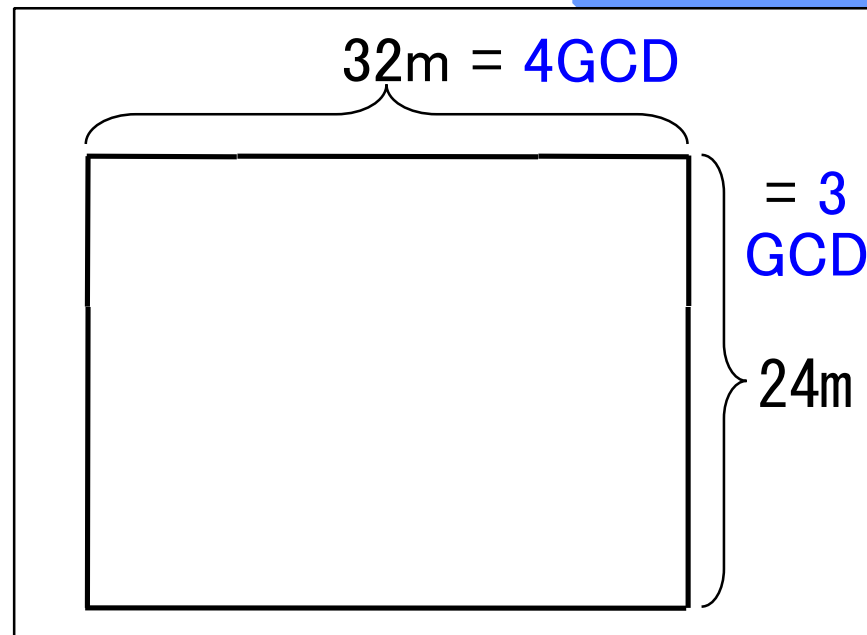
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲※は $112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $\square \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を \square 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{ \ 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

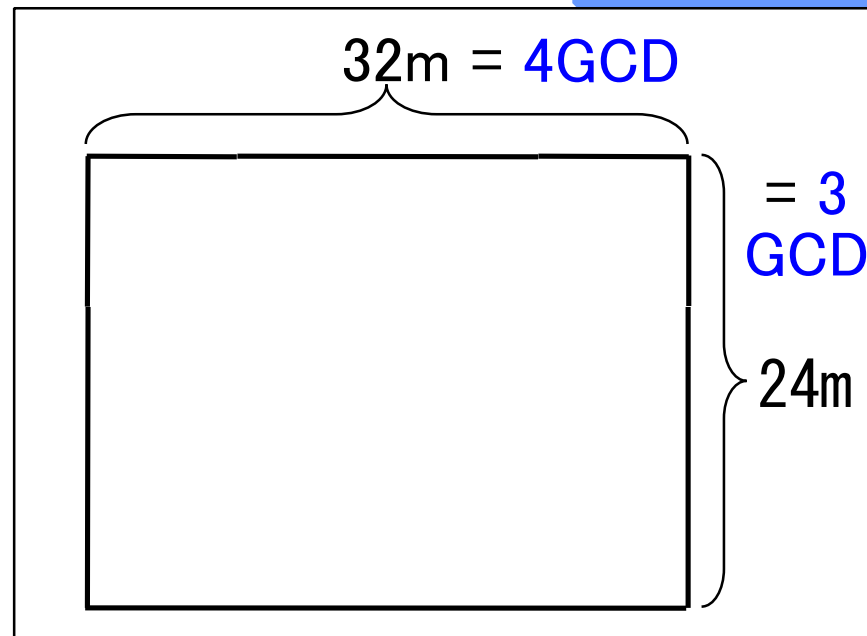
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲 ※ は $112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に植木
等間隔に打つ
土地を囲みた
で何本必要か

求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲 ※ は

$= 56 \times 2 = 112$

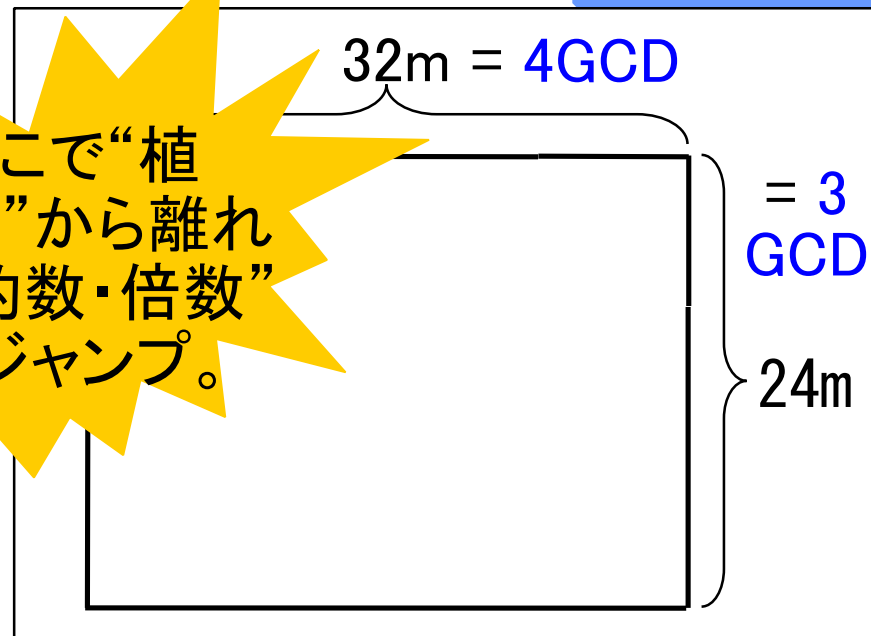
$112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は

$14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

ここで“植木算”から離れて“約数・倍数”にジャンプ。

3. この問題 = “長方形を 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{ \ 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

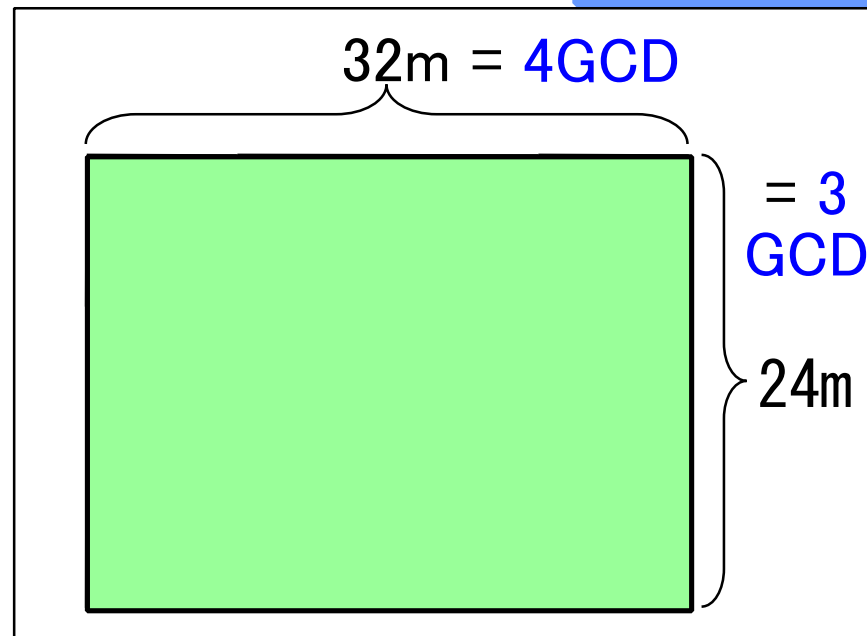
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲 ※ は $112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みただけで何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

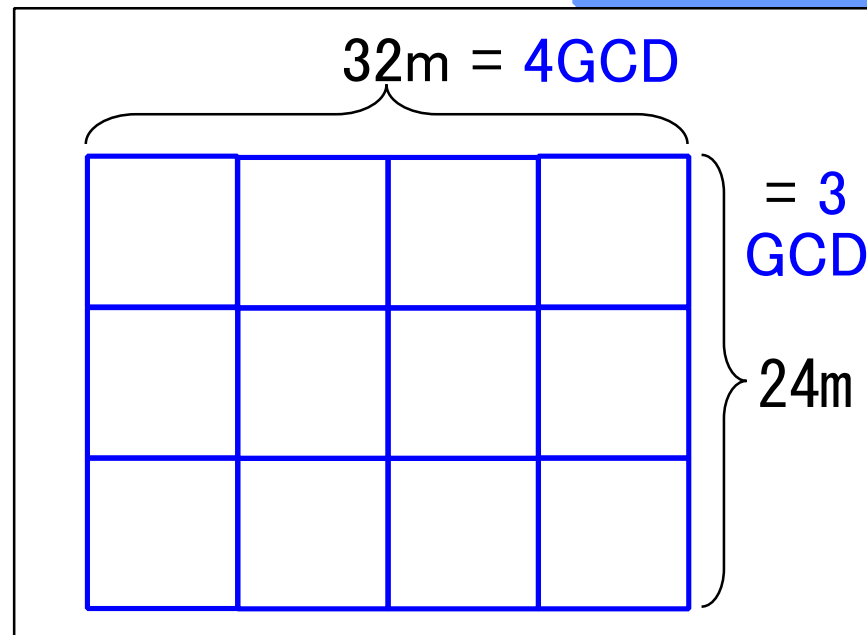
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲※は $112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を 形に分割する問題”



最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

1. “四隅”と“等間隔”を共に満たす間隔は、32と24の両方を割り切れる最大の値 (GCD)。

全ての角を含む周囲に柱を等間隔に打つ土地を囲みたくて何本必要か

求め方@小学校は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{ \ 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

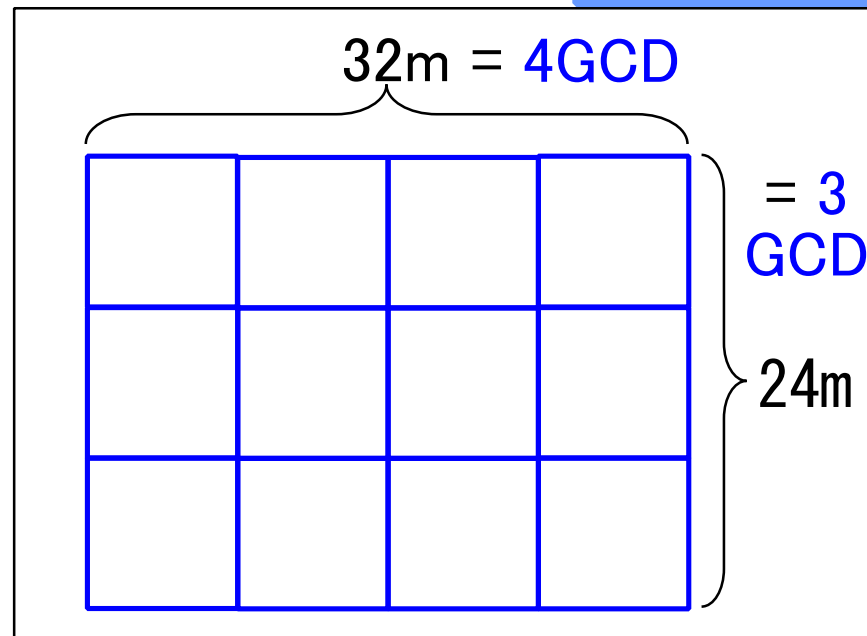
2. 単位 : m vs. GCD

※ $(32+24) \times 2 = 56 \times 2 = 112$

★ $32 \times 24 \text{m}$ の周囲※は $112 \text{m} \rightarrow 112 / 8 = 14$ (本)

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長方形を正方形に分割する問題”

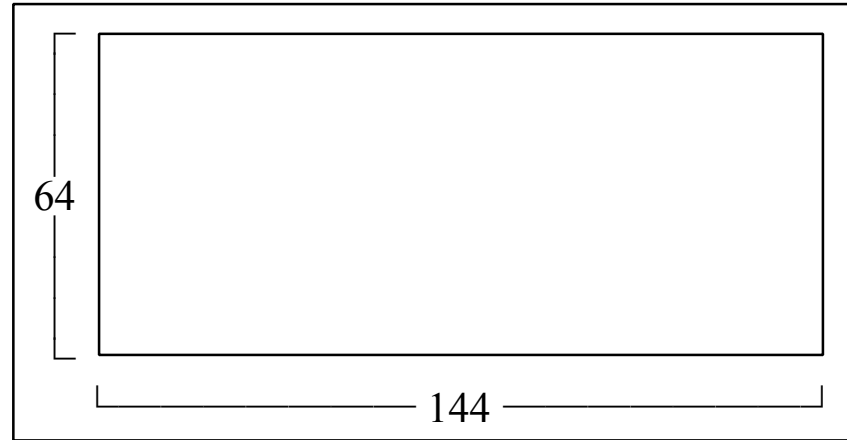


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64 × 144cmの
パネルに正方形
のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル × 何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

求め方@小学校
は「すだれ算」

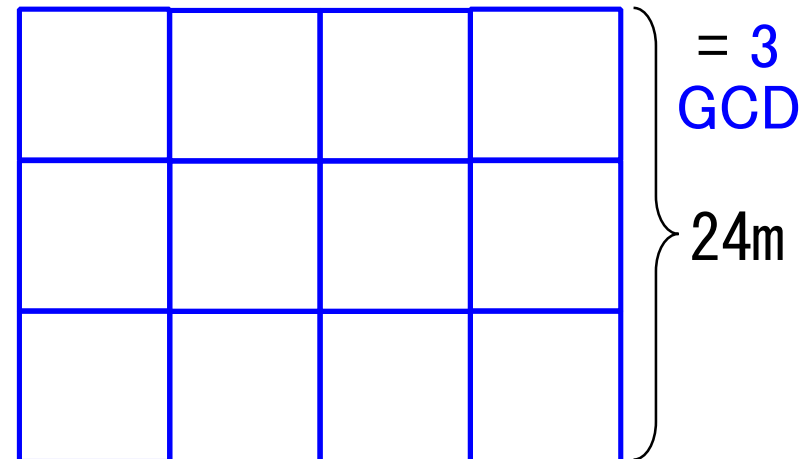
$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ \ 4 \ 3 \end{array}$$

→ 2x2x2 = 8

☆ 4x3GCDの周囲は
14GCD → 14本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

CD

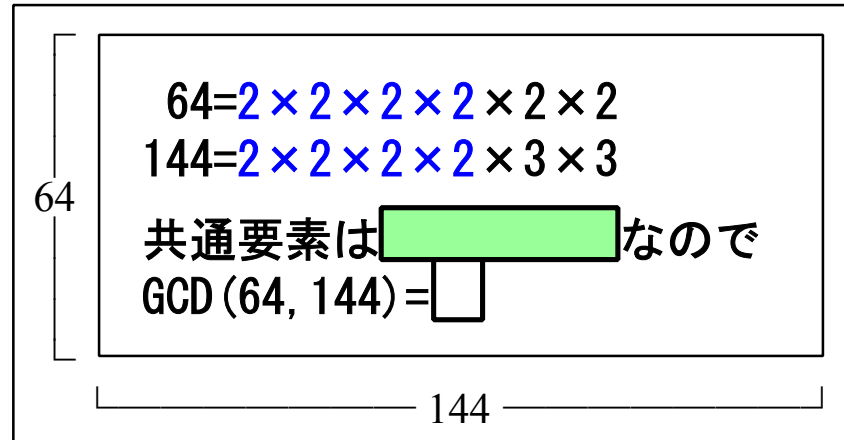


最大公約数(GCD)のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り”ます
か?..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

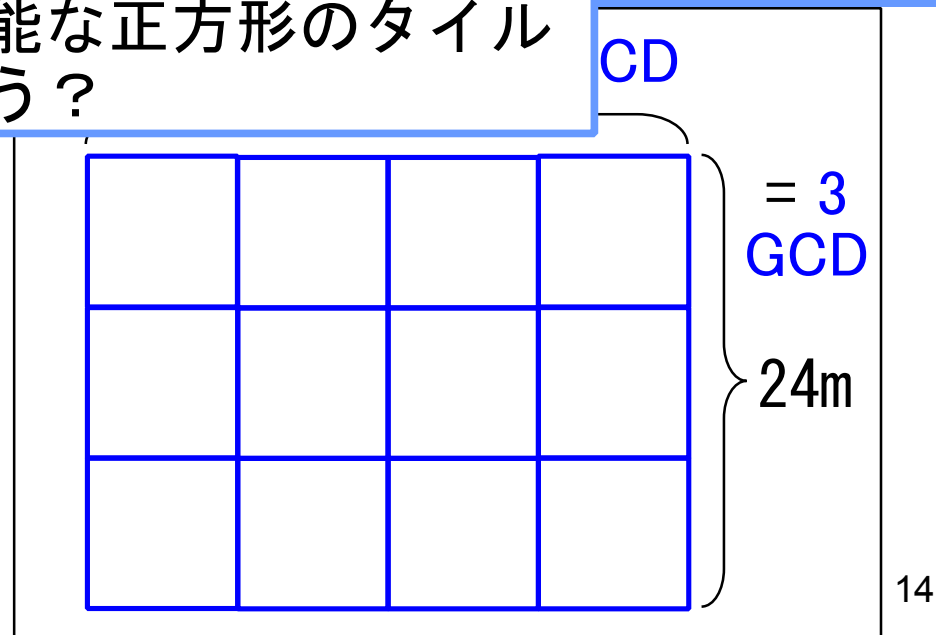


求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad \underline{2 \) \ 8 \ 6} \\ \qquad \quad 4 \ 3 \\ \qquad \qquad \rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8 \end{array}$$

☆4X3GCDの周囲は
14GCD→14本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

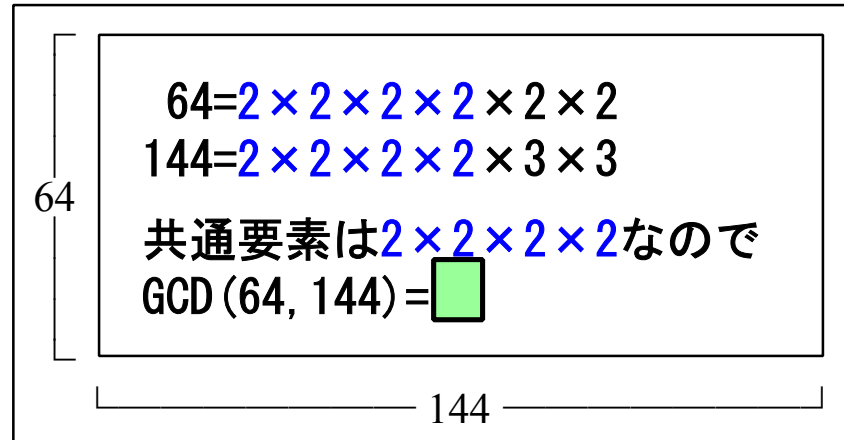


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます
か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

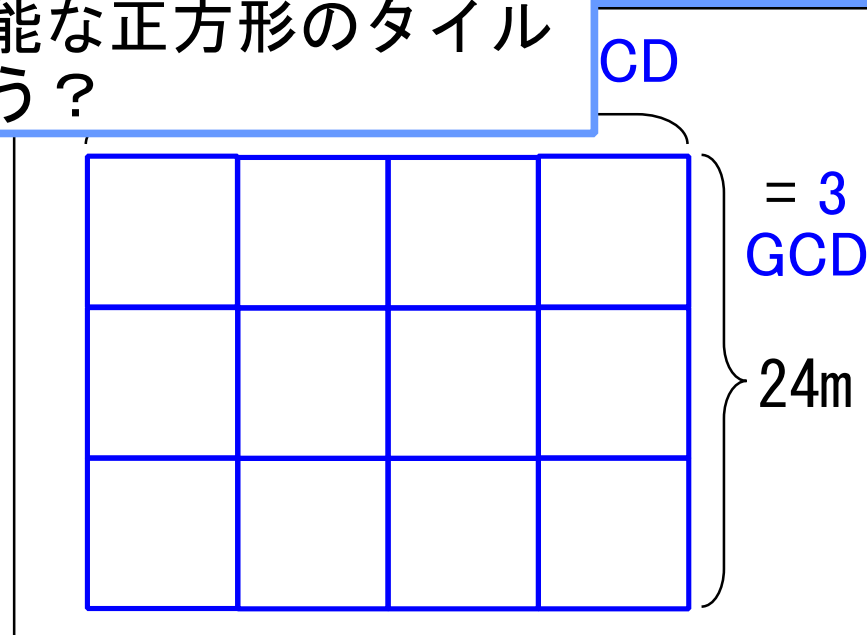


国語に
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad 2 \) \ 8 \ 6 \\ \quad \quad \underline{\quad 4 \ 3} \\ \quad \quad \quad \rightarrow 2 \times 2 \times 2 = 8 \end{array}$$

☆ 4x3 GCD の周囲は
14 GCD → 14 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

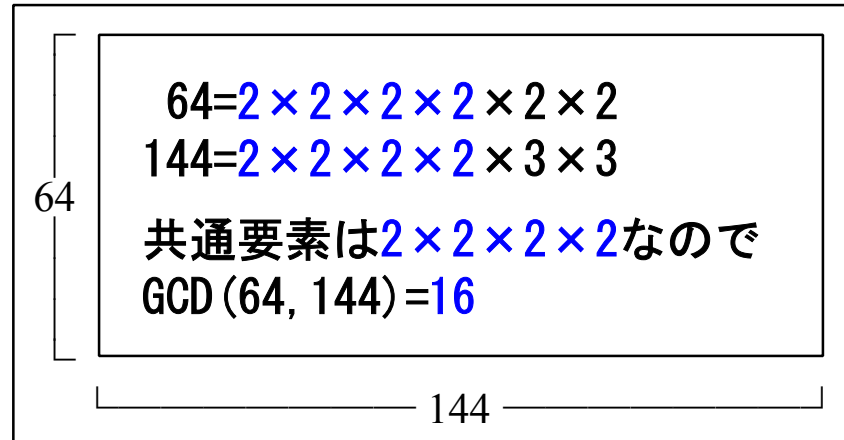


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます
か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?



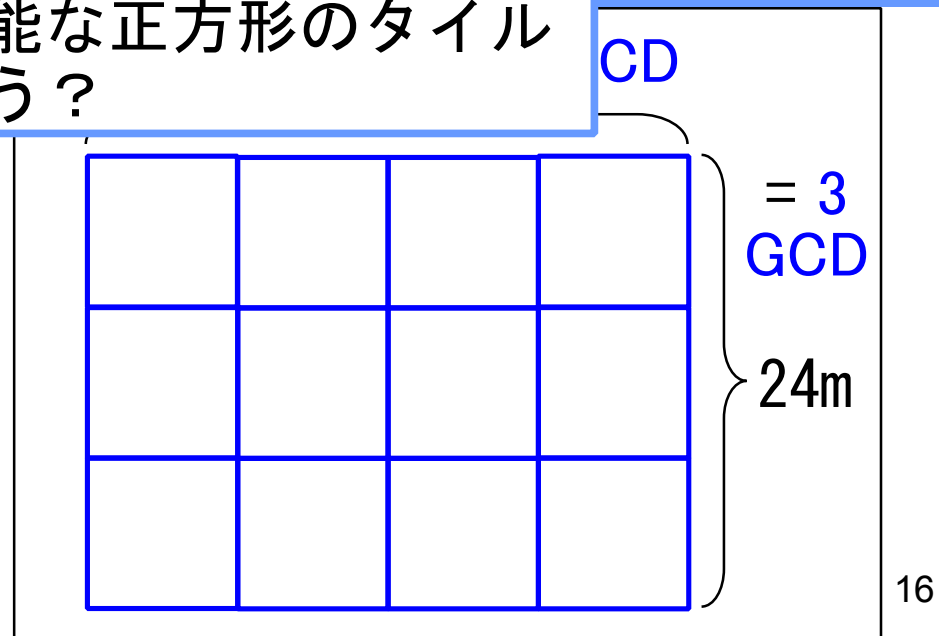
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad 4 \ 3 \\ \hline \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ 4×3 GCD の周囲は
14 GCD → 14 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

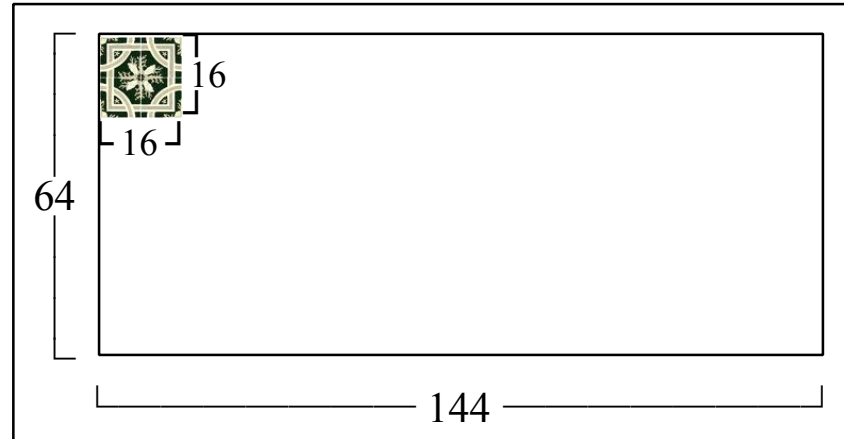


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

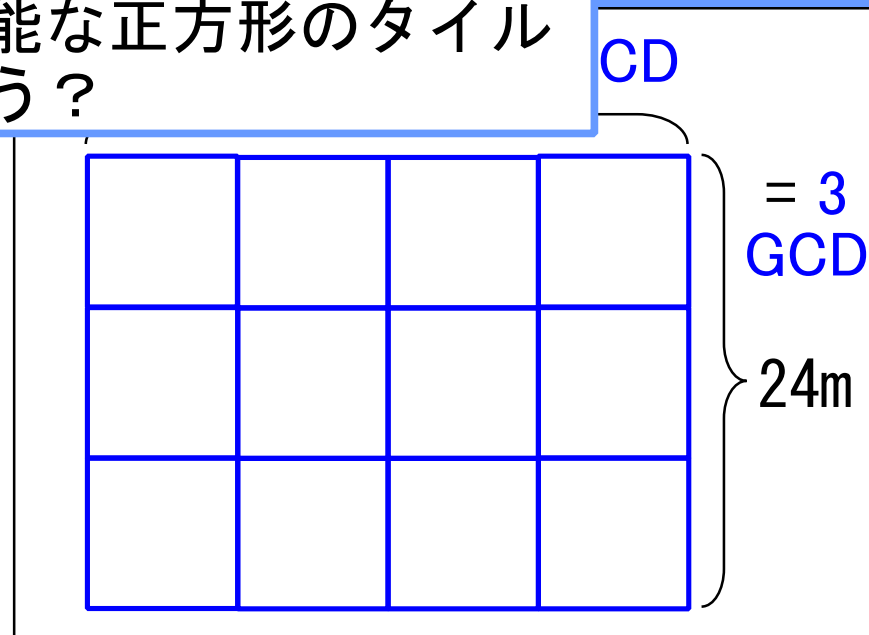
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

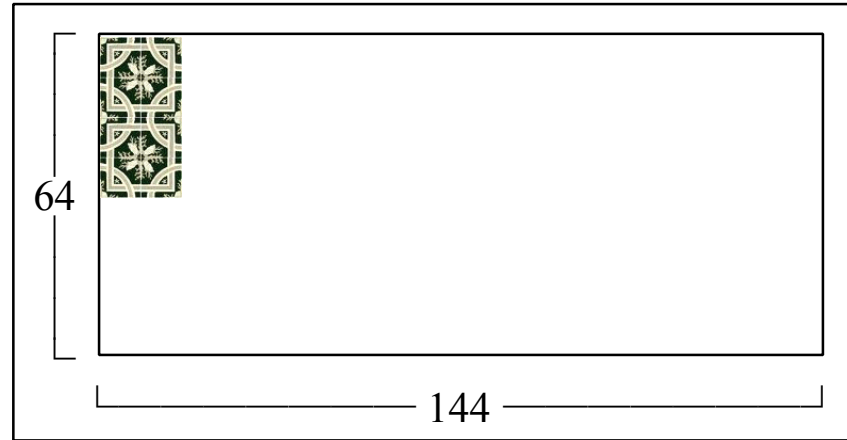


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

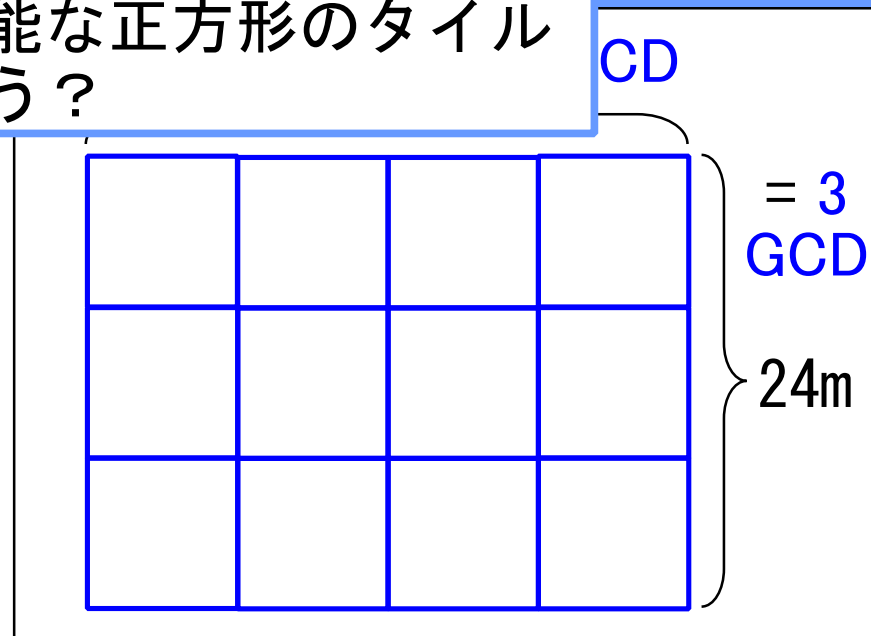
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad \quad 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14 \text{本}$

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”



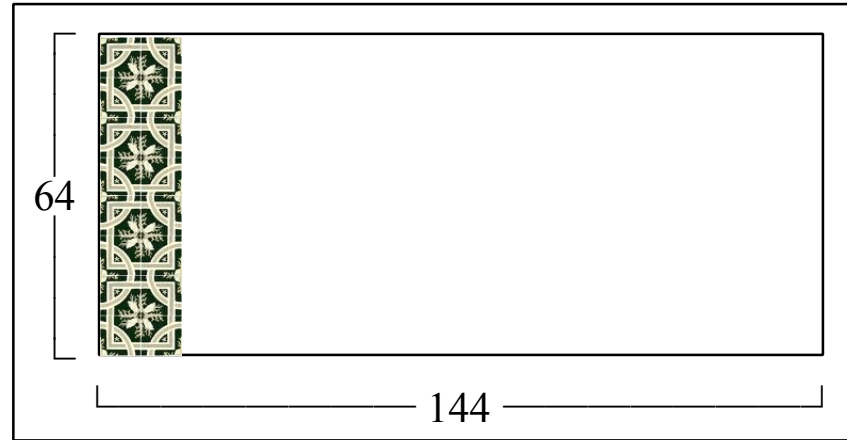
18

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

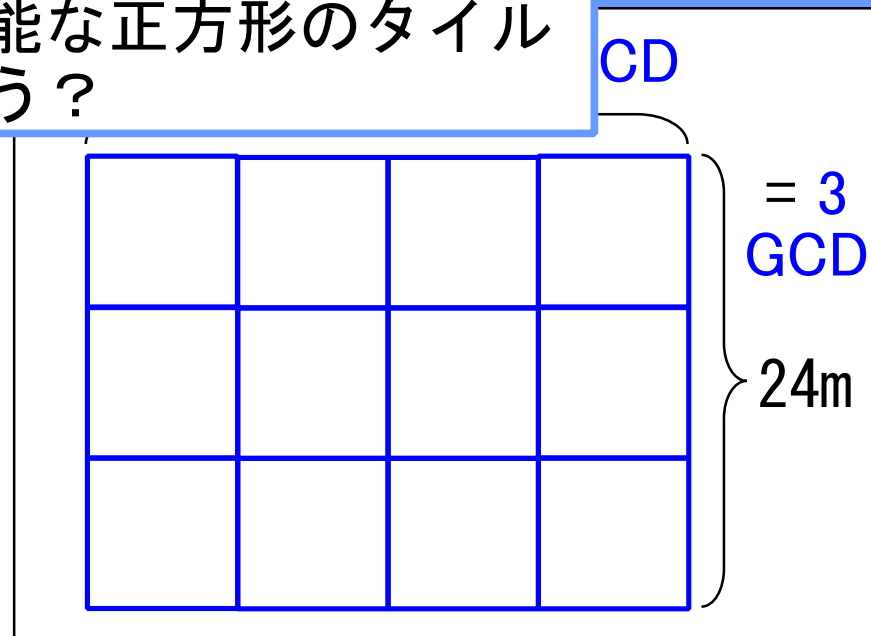
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad 2 \) \ 8 \ 6 \\ \quad \quad \underline{\quad 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14 \text{本}$

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

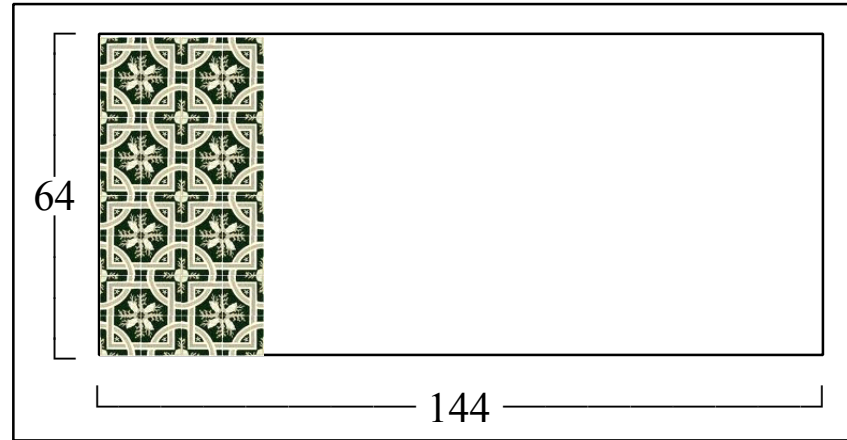


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

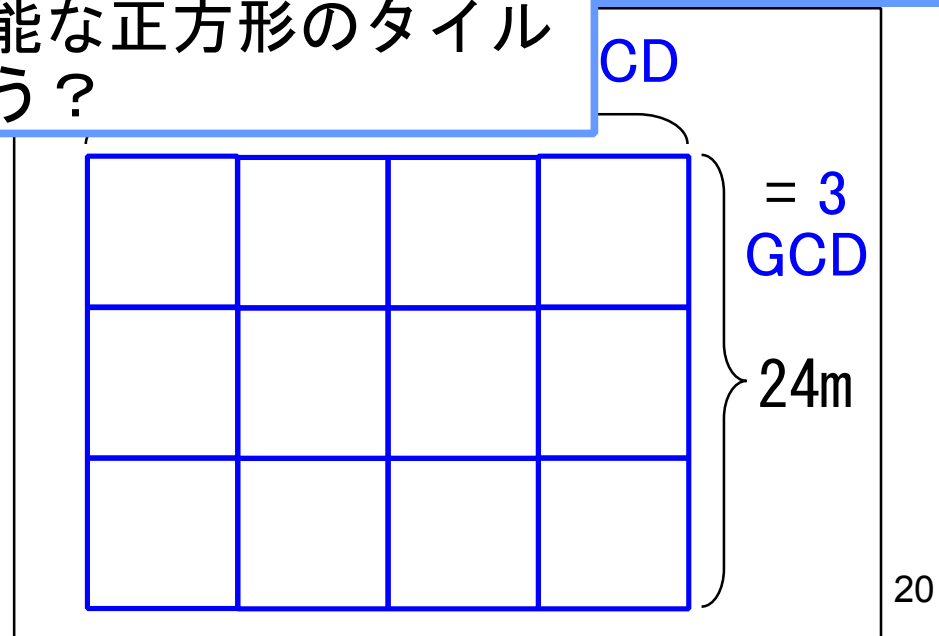
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

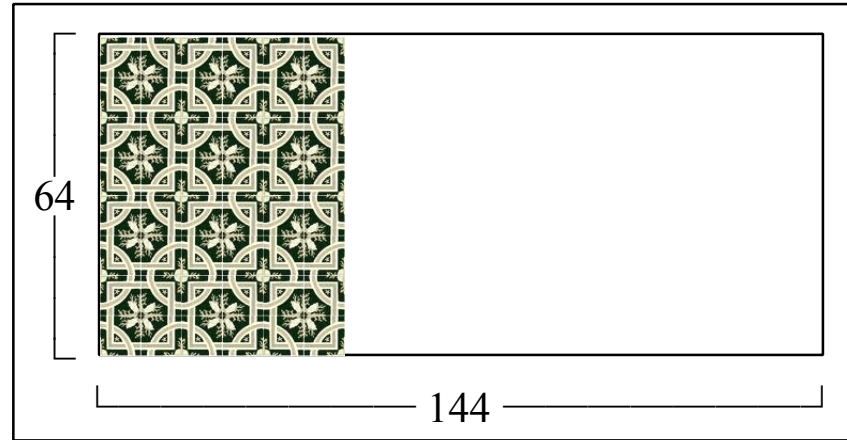


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

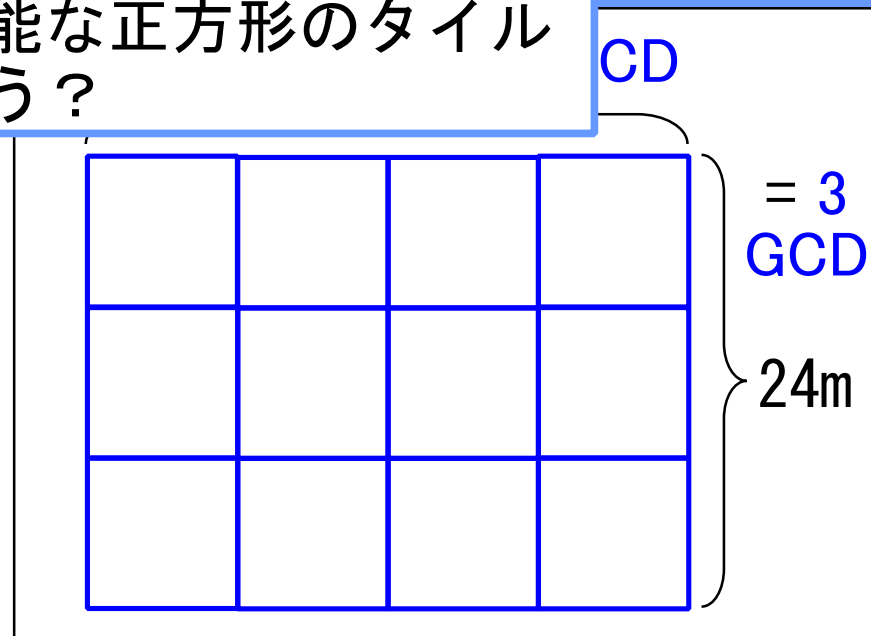
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad 2 \) \ 8 \ 6 \\ \quad \quad \underline{\quad 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

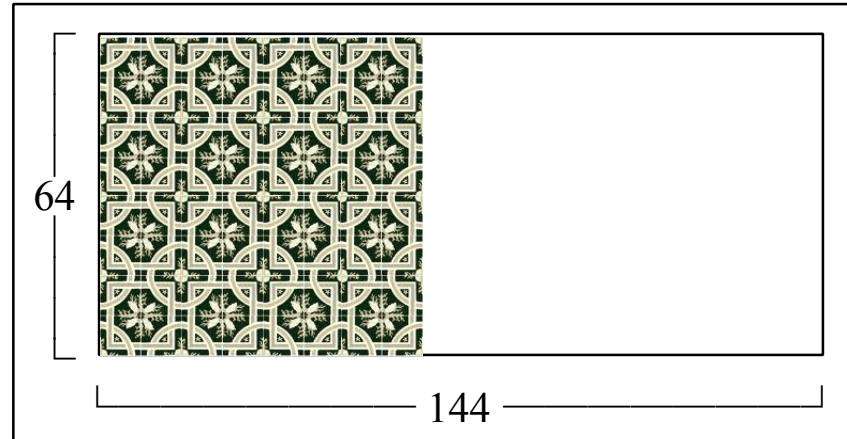


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64 × 144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル × 何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

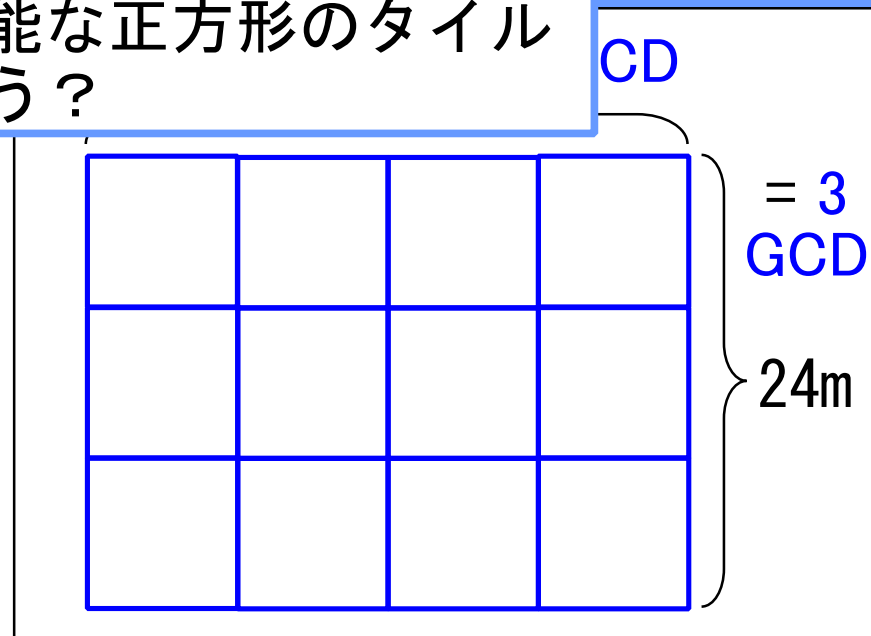
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad 2 \) \ 8 \ 6 \\ \quad \quad \underline{\quad 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

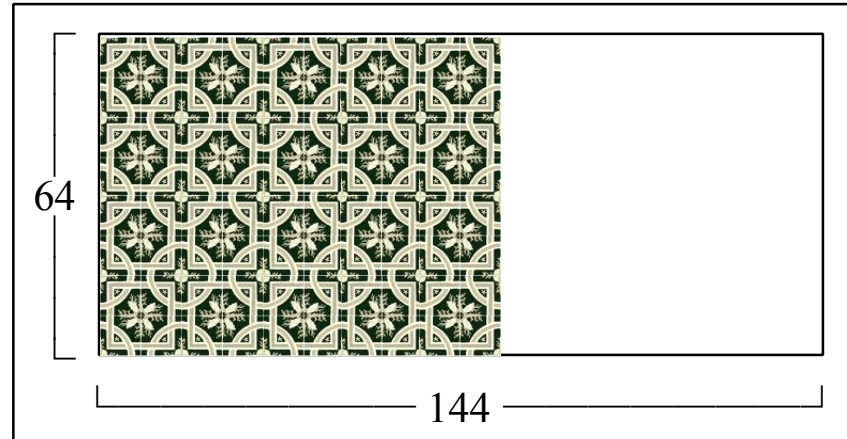


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

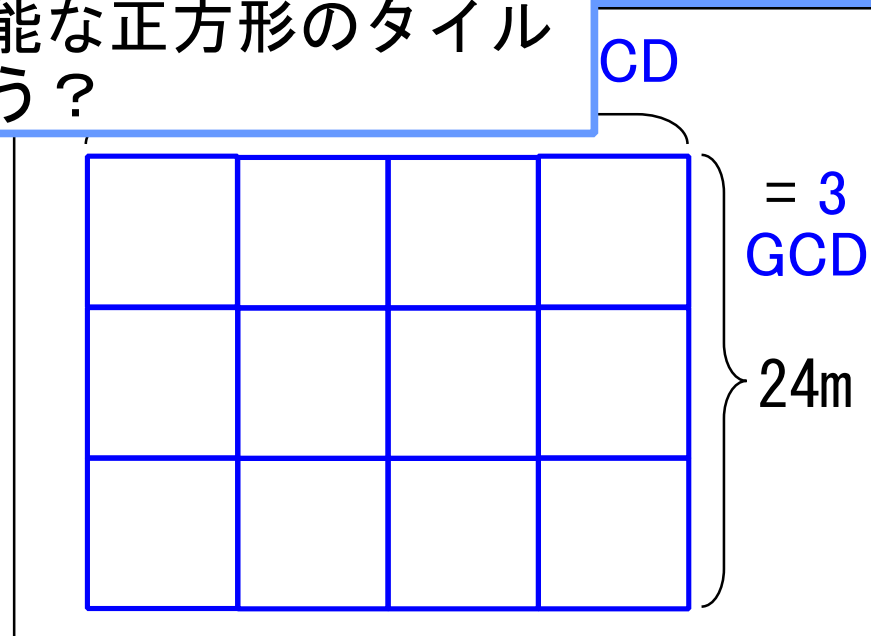
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ \quad 2 \) \ 8 \ 6 \\ \quad \quad \underline{\quad 4 \ 3} \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

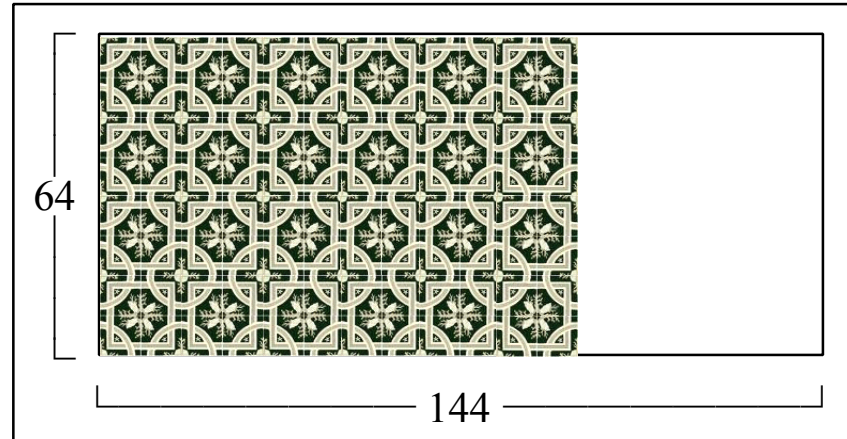


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

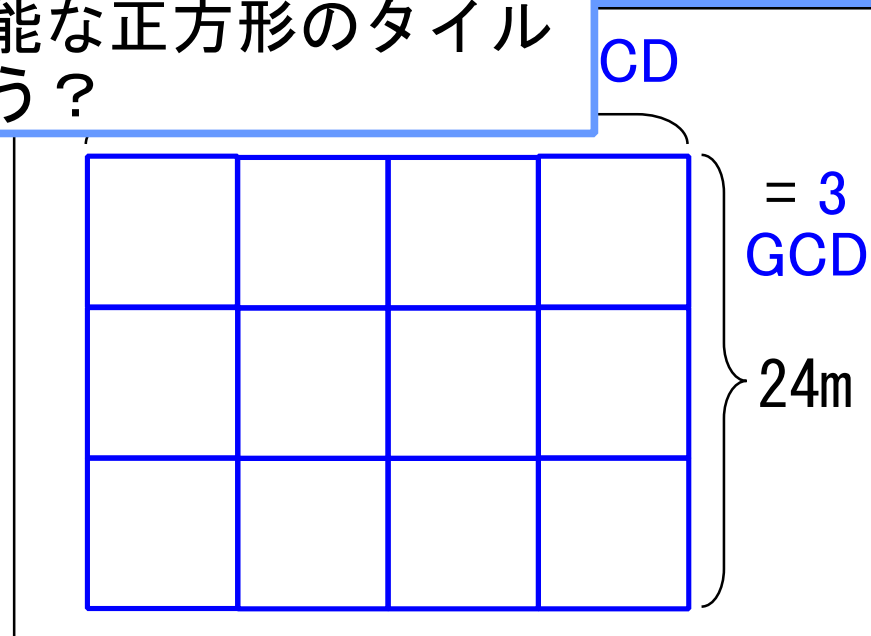
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \underline{2 \) \ 16 \ 12} \\ 2 \) \ 8 \ 6 \\ \underline{} \\ 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”



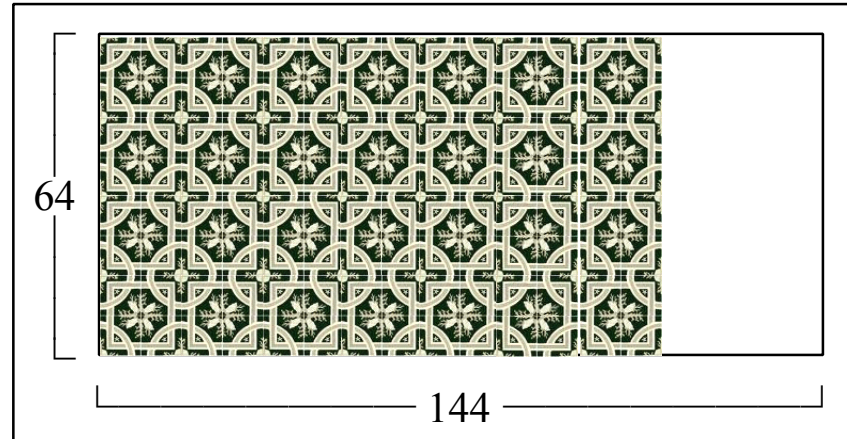
24

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

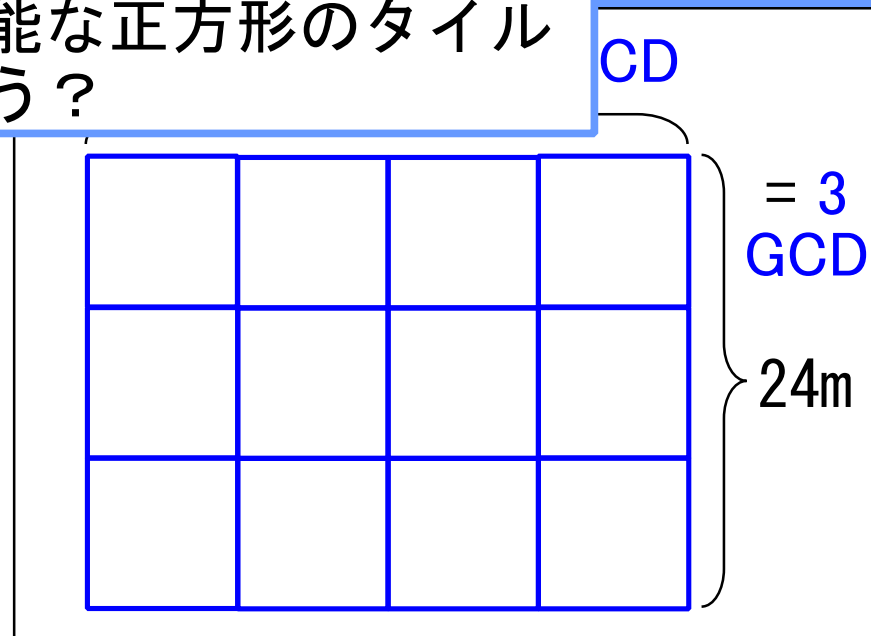
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad \quad 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

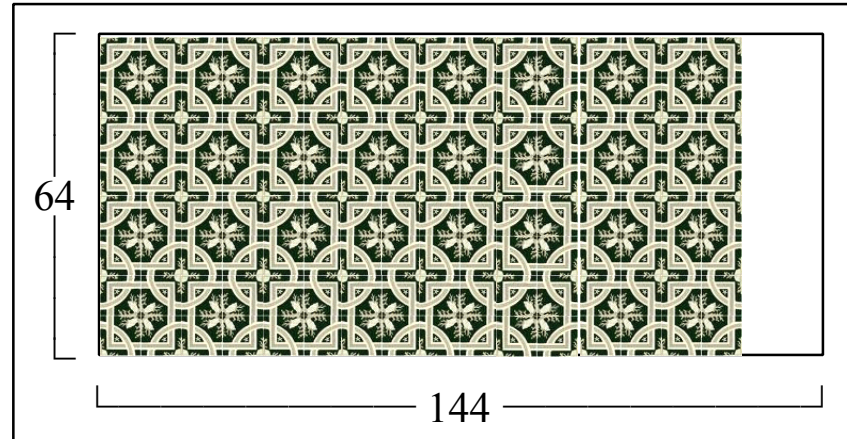


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

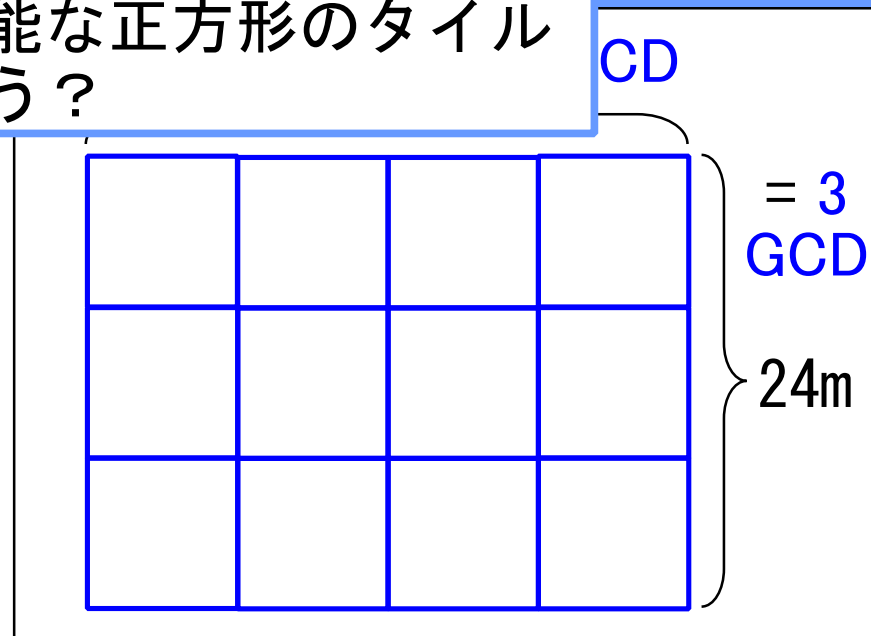
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad \quad 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14$ 本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

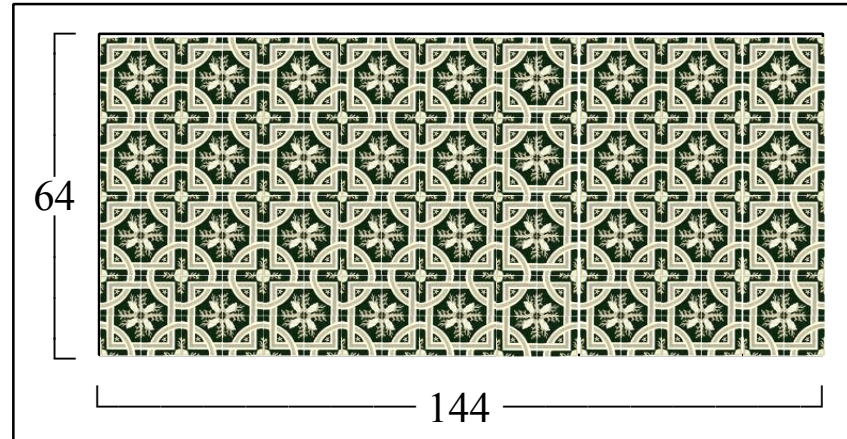


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう?

国語に似た

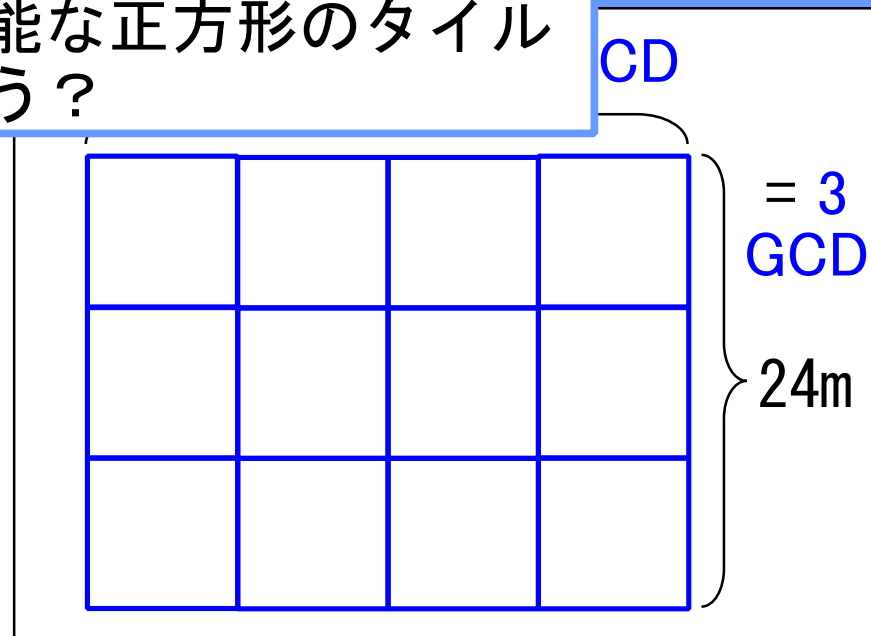
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad \quad 4 \ 3 \end{array}$$

→ $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ $4 \times 3 \text{GCD}$ の周囲は
 $14 \text{GCD} \rightarrow 14 \text{本}$

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”

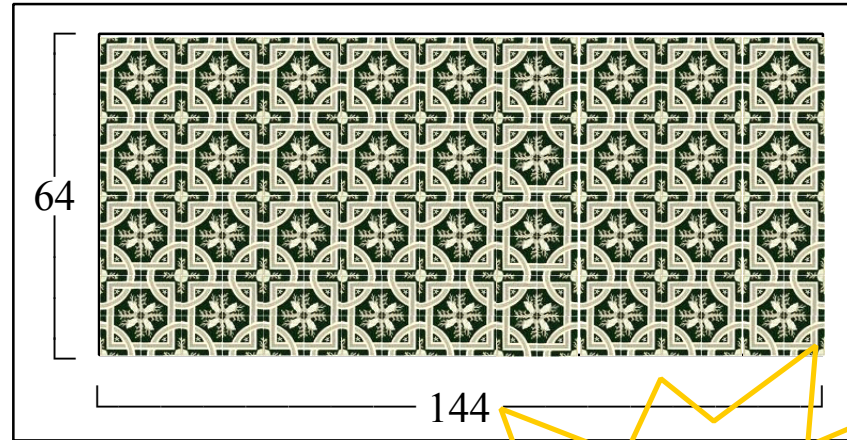


最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。

「64×144cmの
パネルに正方形
形のタイルを敷
き詰める仕事」
は、一辺何cmの
タイル×何枚で
“見積り” ます



か? ..そもそも敷き詰め可能な正方形のタイル
は最大何cm四方なのでしょう? ..16, 8, 4, 2, 1cm

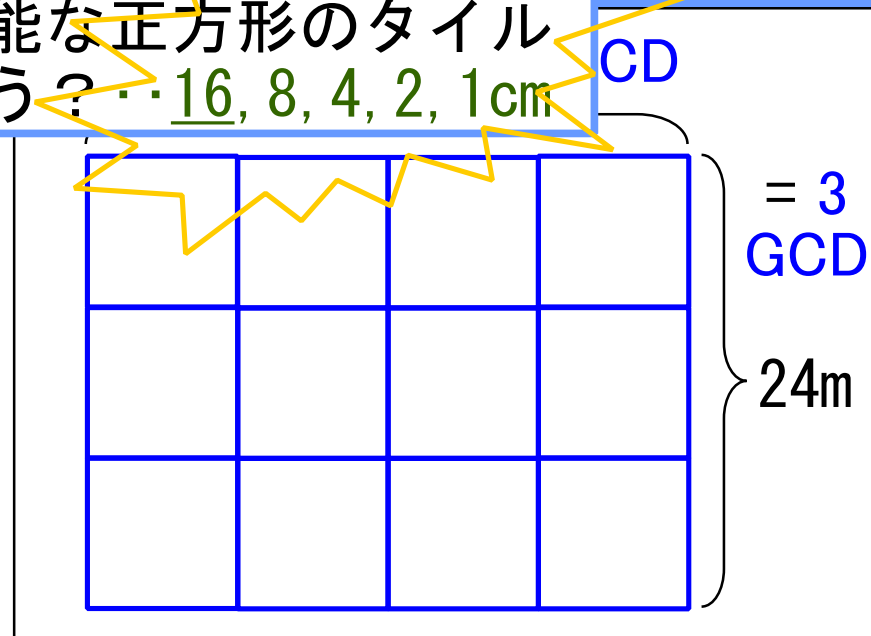
求め方@小学校
は「すだれ算」

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 32 \ 24 \\ \hline 2 \) \ 16 \ 12 \\ \hline 2 \) \ 8 \ 6 \\ \hline \quad 4 \ 3 \end{array}$$

→ 2x2x2 = 8

☆ 4x3GCDの周囲は
14GCD → 14本

3. この問題 = “長
方形を正方形に
分割する問題”



最大公約数(GCD)のよりrealな理解

June 19, 2013

加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。
「64×144cmの
パネルに正方形



、国田一樹の
求め方@小学校
は「すだれ算」

Real その2: 壁(パネル、土地...)が「切りの悪い数」※だったら?
※377×299とか833×391とか...

便法:

- ①大の数を小の数で割る。
- ②余り0 → 小の数 = GCD
→ 終了
- ③小の数を大の数、余りを
小の数として①へ戻る。

$$377 \div 299 = 1 \text{ 余り } 78$$

$$299 \div 78 = 3 \text{ 余り } 65$$

$$78 \div 65 = 1 \text{ 余り } 13$$

$$65 \div 13 = 5 \text{ 余り } 0$$

$$833 \div 391 = 2 \text{ 余り } 51$$

$$391 \div 51 = 7 \text{ 余り } 34$$

$$51 \div 34 = 1 \text{ 余り } 17$$

$$34 \div 17 = 2 \text{ 余り } 0$$

刀可9の問題

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013

加藤 厚

Real その1: あなたが「タイル職人」だったとします。
「64 × 144cmの
パネルに正方形



「国田一樹」
求め方@小学校
は「すだれ算」

Real その2: 壁(パネル、土地...)が「切りの悪い数」※だったら?
※377 × 299 とか 833 × 391 とか...

便法: (=最古のアルゴリズム)

- ① 大の数を小の数で割る。
- ② 余り 0 → 小の数 = G C D
→ 終了
- ③ 小の数を大の数、余りを
小の数として①へ戻る。

$$377 \div 299 = 1 \text{ 余り } 78$$

$$299 \div 78 = 3 \text{ 余り } 65$$

$$78 \div 65 = 1 \text{ 余り } 13$$

$$65 \div 13 = 5 \text{ 余り } 0$$

$$833 \div 391 = 2 \text{ 余り } 51$$

$$391 \div 51 = 7 \text{ 余り } 34$$

$$51 \div 34 = 1 \text{ 余り } 17$$

$$34 \div 17 = 2 \text{ 余り } 0$$

刀可9の問題

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013

加藤 厚

Real その1: あなたが「**タイル職人**」だったとします。
「64 × 144cmの
パネルに正方形



Real その2: 壁 (パネル、土地...) が「**切りの悪い数**」※
※377 × 299 とか 833 × 391 とか...

便法: (=最古のアルゴリズム)

- ① 大の数を小の数で割る。
- ② 余り 0 → 小の数 = G C D
→ 終了
- ③ 小の数を大の数、余りを
小の数として①へ戻る。

の互除法
(Euclidean
algorithm)

$$\begin{array}{l} 377 \div 299 = 1 \text{ 余り } 78 \\ 299 \div 78 = 3 \text{ 余り } 65 \\ 78 \div 65 = 1 \text{ 余り } 13 \\ 65 \div 13 = 5 \text{ 余り } 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 833 \div 391 = 2 \text{ 余り } 51 \\ 391 \div 51 = 7 \text{ 余り } 34 \\ 51 \div 34 = 1 \text{ 余り } 17 \\ 34 \div 17 = 2 \text{ 余り } 0 \end{array}$$



タイルの問題

Oxford大学の自然史博物館にある(想像的)Euclid像

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013

加藤 厚

Real その1: あなたが「**タイル職人**」だったとします。
「64 × 144cmの
パネルに正方形



Real その2: 壁 (パネル、土地...) が「**切りの悪い数**」※
※377 × 299 とか 833 × 391 とか...

便法: (=最古のアルゴリズム)

- ① 大の数を小の数で割る。
- ② 余り 0 → 小の数 = G C D
→ 終了
- ③ 小の数を大の数、余りを
小の数として①へ戻る。

ユークリッド
の互除法
(Euclidean
algorithm)

$$\begin{array}{l} 377 \div 299 = 1 \text{ 余り } 78 \\ 299 \div 78 = 3 \text{ 余り } 65 \\ 78 \div 65 = 1 \text{ 余り } 13 \\ 65 \div 13 = 5 \text{ 余り } 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 833 \div 391 = 2 \text{ 余り } 51 \\ 391 \div 51 = 7 \text{ 余り } 34 \\ 51 \div 34 = 1 \text{ 余り } 17 \\ 34 \div 17 = 2 \text{ 余り } 0 \end{array}$$



タイルの問題

Oxford大学の自然史博物館にある(想像的)Euclid像

最大公約数 (GCD) のよりrealな理解

June 19, 2013
加藤 厚

Real その1: あなたが「**タイル職人**」だったとします。
「64 × 144cmの
パネルに正方形



Real その2: 壁 (パネル、土地...) が「**切りの悪い数**」※
※377 × 299 とか 833 × 391 とか...

便法: (=最古のアルゴリズム)

- ① 大の数を小の数で割る。
- ② 余り 0 → 小の数 = GCD
→ 終了
- ③ 小の数を大の数、余りを
小の数として①へ戻る。

ユークリッド
の互除法
(Euclidean
algorithm)

「原理は?」、「ユークリッド※って?」などに興味を
持ったら2011年度補助資料 5「約数・倍数」参照。

※There is no royal road to geometry(or learning).は
彼がプトレマイオス一世に答えた科白とか。;-)



カトリック問題

Oxford大学の自然史博物
館にある(想像的)Euclid像