

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2.

$$\begin{array}{r} ) 88 \ 132 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$\begin{array}{r} ) 88 \ 132 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$2 \ ) \ \underline{88 \ 132}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline \ ) \ 22 \ 33 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline 11 \ ) \ 22 \ 33 \\ \hline \end{array}$$

3.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

3.

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline 11 \ ) \ 22 \ 33 \\ \hline \quad 2 \quad 3 \end{array}$$



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

3.

$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline 11 \ ) \ 22 \ 33 \\ \hline \phantom{11} \ 2 \ 3 \end{array}$$

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

3.

2	)	88	132
<hr/>			
2	)	44	66
<hr/>			
11	)	22	33
<hr/>			
		2	3

これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

3.

2 ) 88 132  
2 ) 44 66  
11 ) 22 33  
2 3

これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は  
右のとおり。

3.

2	)	88	132	44にこの2
2	)	44	66	と3を掛け
11	)	22	33	た264が最
2			3	小公倍数。

これらの値の積(2×2×11=44)が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

1. 例えば、88と132の最大公約数は44です。

$$88 \div 44 = 2 \cdots 0 \quad \& \quad 132 \div 44 = 3 \cdots 0$$

そして、最小公倍数は264です。

$$264 \div 88 = 3 \cdots 0 \quad \& \quad 264 \div 132 = 2 \cdots 0$$

2. 両者を求める手順は右のとおり。

3. でも、これらの手順は、一体何をしているのでしょうか？

2) 88 132 44にこの2  
2) 44 66 と3を掛け  
11) 22 33 た264が最  
2 3 小公倍数。  
これらの値の積(2×2×11=44)が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？

5.

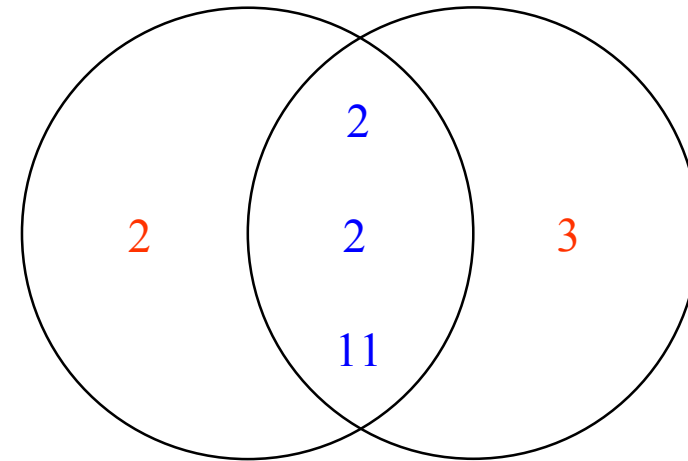
2	)	88	132	44にこの2
2	)	44	66	と3を掛け
11	)	22	33	た264が最
		2	3	小公倍数。

これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



5. それをベン図で示せ  
ば上のとおり。

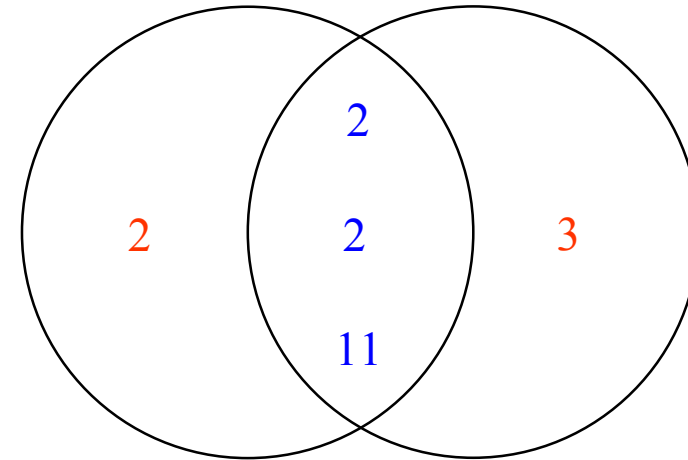
$$\begin{array}{r} 2 \ ) \ 88 \ 132 \\ \hline 2 \ ) \ 44 \ 66 \\ \hline 11 \ ) \ 22 \ 33 \end{array}$$

44 にこの 2 と 3 を掛け  
た 264 が最  
小公倍数。  
これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



5. それをベン図で示せ  
ば上のおり。つま  
り、**最大公約数 = 共  
通要素の積**なのです。

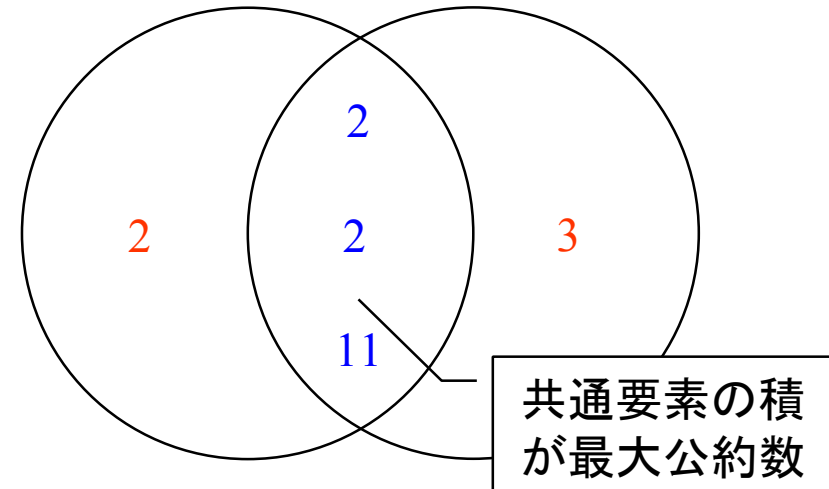
**2**)  $\begin{array}{r} 88 \ 132 \\ \hline 44 \end{array}$  44にこの2  
**2**)  $\begin{array}{r} 44 \ 66 \\ \hline 22 \end{array}$  と3を掛け  
**11**)  $\begin{array}{r} 22 \ 33 \\ \hline 11 \end{array}$  た264が最  
**2** **3** 小公倍数。  
これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



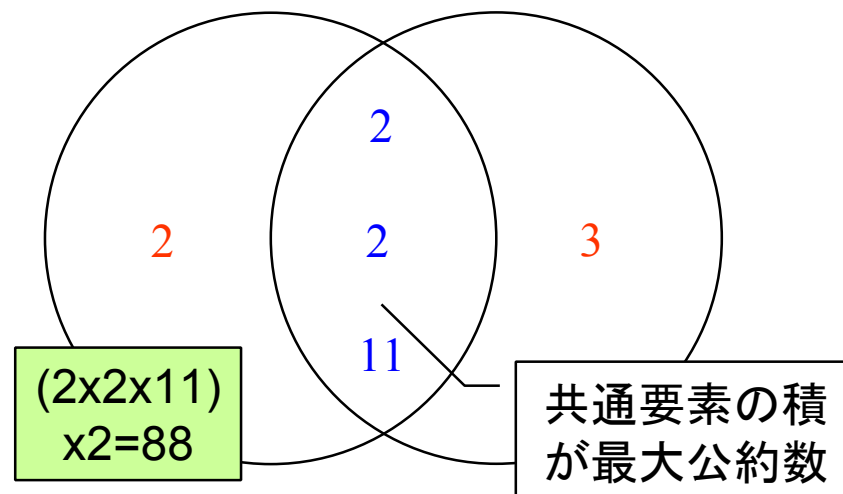
5. それをベン図で示せば上のとおり。つまり、**最大公約数 = 共通要素の積**なのです。

**2**) 88 132 44にこの2  
**2**) 44 66 と3を掛け  
**11**) 22 33 た264が最  
小公倍数。  
これらの値の積(2×2×11=44)が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



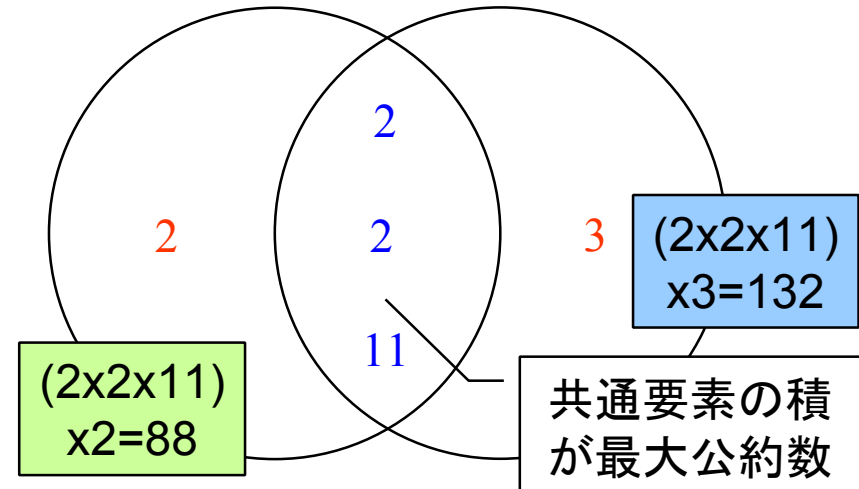
5. それをベン図で示せば上のとおり。つまり、**最大公約数 = 共通要素の積**なのです。

2 ) 88 132 44にこの2  
2 ) 44 66 と3を掛け  
11 ) 22 33 た264が最  
2 3 小公倍数。  
これらの値の積(2×2×11=44)が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



5. それをベン図で示せば上のとおり。つまり、**最大公約数 = 共通要素の積**なのです。

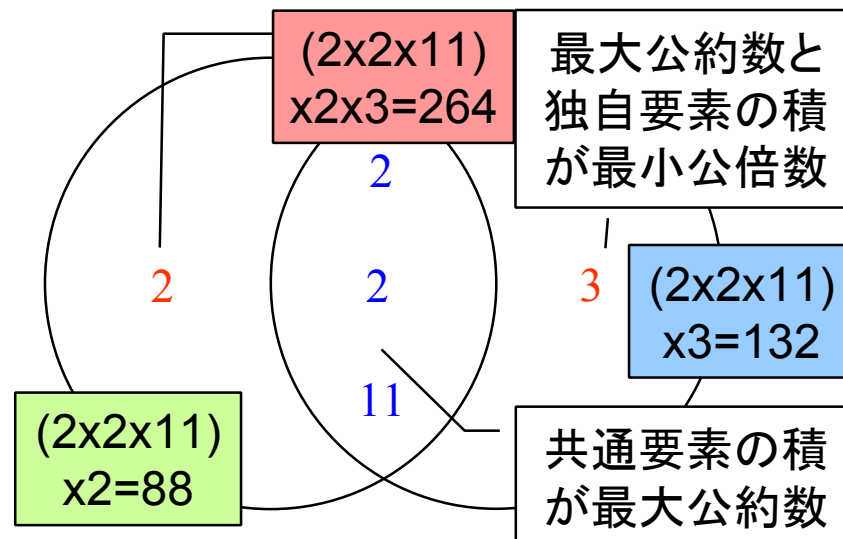
2	) 88 132	44にこの2
2	) 44 66	と3を掛け
11	) 22 33	た264が最
	2 3	小公倍数。

これらの値の積(2×2×11=44)が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する  
要素、そして下の 2  
は 88 に、3 は 132 に固  
有の要素ですネ？



5. それをベン図で示せ  
ば上のおり。つま  
り、**最大公約数 = 共  
通要素の積**なのです。

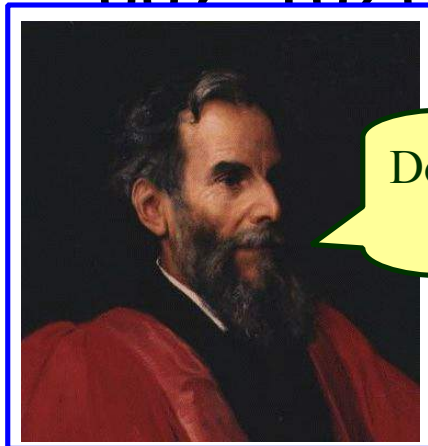
2	) 88 132	44 にこの 2
2	) 44 66	と 3 を掛け
11	) 22 33	た 264 が最
	2 3	小公倍数。

これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

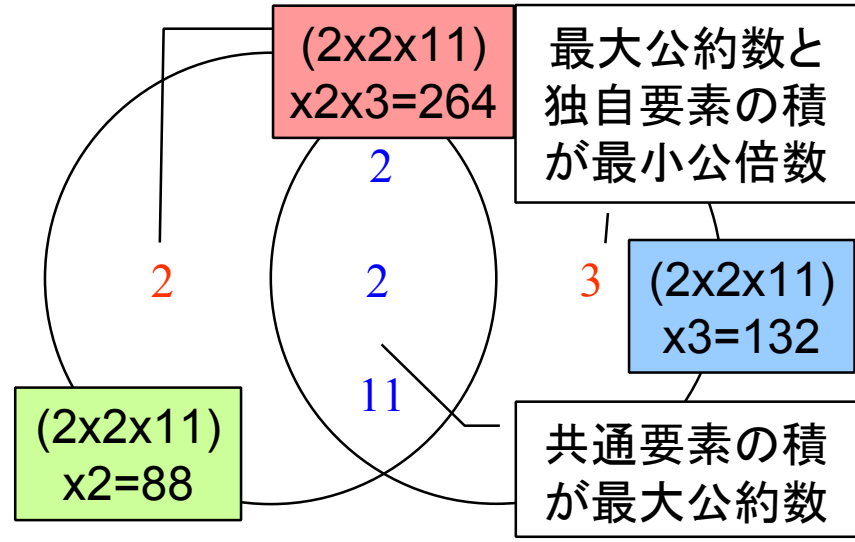
4. 左側の 2 と 2 と 11 は、  
88 と 132 に共通する



Do you remember me?  
I am John Venn.

ですネ？

5. それをベン図で示せば上のとおり。つまり、**最大公約数 = 共通要素の積**なのです。



$2 \mid 88 \quad 132 \quad 44$  にこの 2  
 $2 \mid 44 \quad 66$  と 3 を掛け  
 $11 \mid 22 \quad 33$  た 264 が最  
           2    3 小公倍数。  
 これらの値の積 ( $2 \times 2 \times 11 = 44$ ) が最大公約数で、

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

6. ここからが本題。例えば最大公約数、つまり  
2つの値の共通要素の積を求めると、**何の役  
に立つ**のでしょうか？

7.

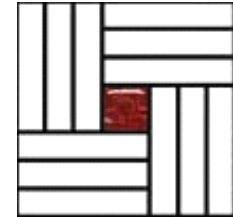
Q :

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

6. ここからが本題。例えば最大公約数、つまり2つの値の共通要素の積を求めると、**何の役に立つ**のでしょうか？

注文(custom-made)施工の



7. 皆さんが**タイル職人**だとして、「この**パターン**を大きめに**壁**※に敷き詰めてほしい」と注文されたとします。  
※壁は385cm × 231cm →

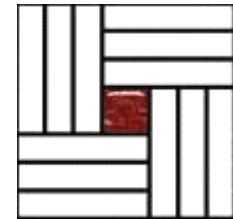
Q :

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

6. ここからが本題。例えば最大公約数、つまり2つの値の共通要素の積を求めると、**何の役に立つ**のでしょうか？

注文(custom-made)施工の



7. 皆さんが**タイル職人**だとして、「この**パターン**を大きめに**壁**※に敷き詰めてほしい」と注文されたとします。  
※壁は385cm × 231cm →



Q : さて、どうやって「**見積もり**」しましょう？



# 最大公約数は何の役に立つのか？

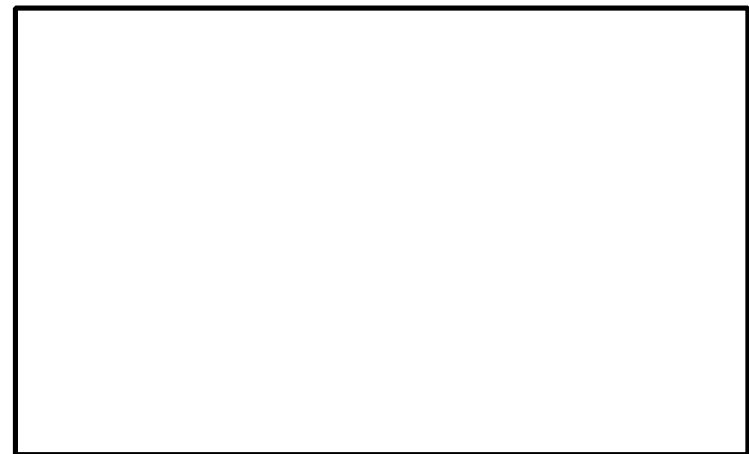
May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の ” を求めればOKです。

8.

※壁は385cm × 231cm →

9.



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

8.

※壁は385cm × 231cm →

9.



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

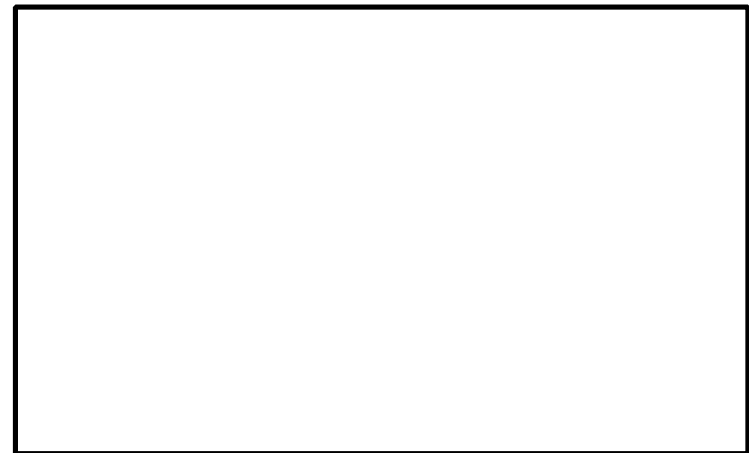
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“ ”

8.

※壁は385cm × 231cm →

9.



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

8.

※壁は385cm × 231cm →

9.



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8.

※壁は385cm × 231cm →

9.



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

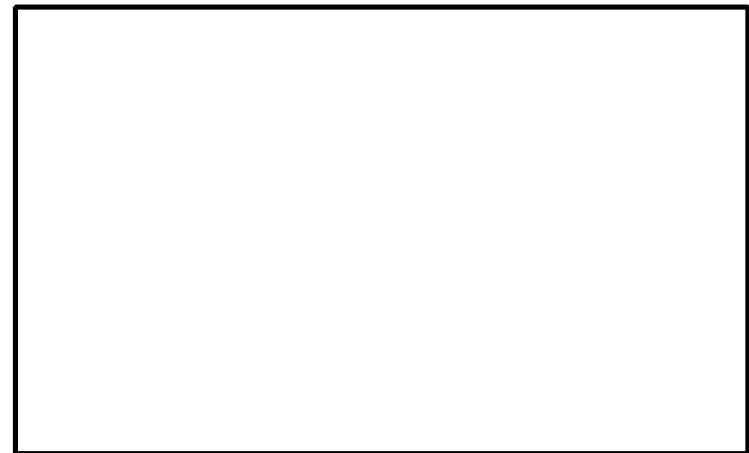
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \quad 5 \quad 3 \end{array}$$



9.

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \quad 5 \quad 3 \end{array}$$



9. 従って、**見積もり**は

「**1辺7cm、11cm、77cmが可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

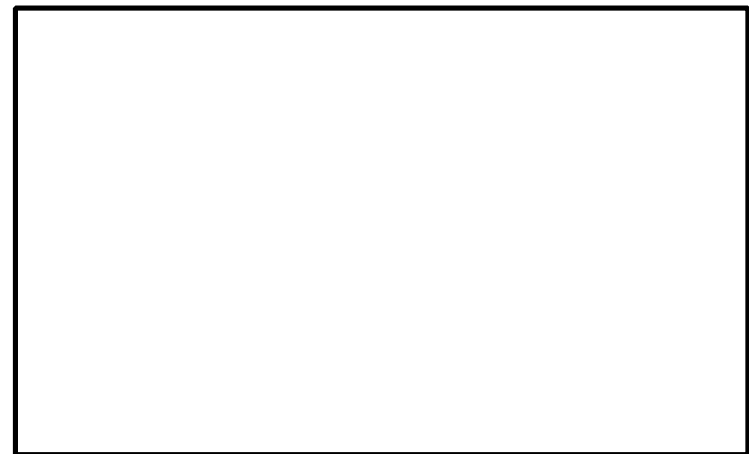
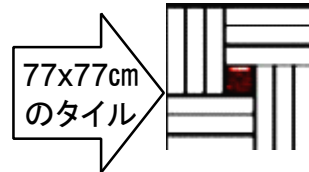
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \quad \quad 5 \quad 3 \end{array}$$



9. 従って、**見積もり**は

「1辺7cm、11cm、77cmが**可能**」です。



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

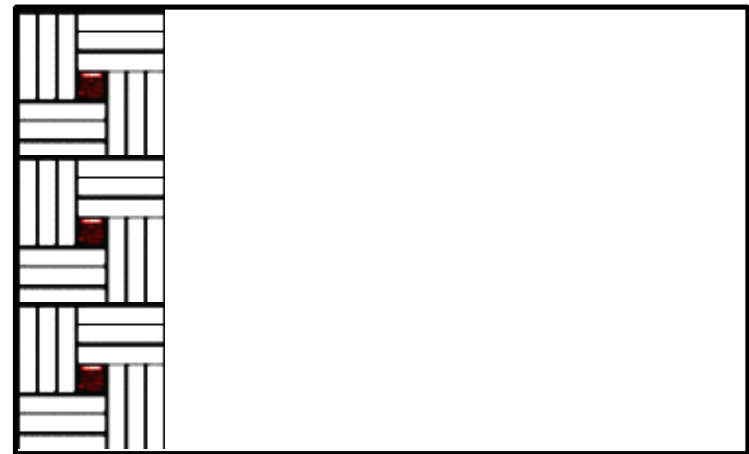
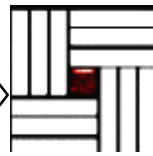
理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{11 \ ) \ 55 \ 33} \\ \phantom{11 \ ) \ 55} \ 5 \ 3 \end{array}$$

77x77cm  
のタイル



9. 従って、**見積もり**は

「1辺7cm、11cm、77cmが**可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

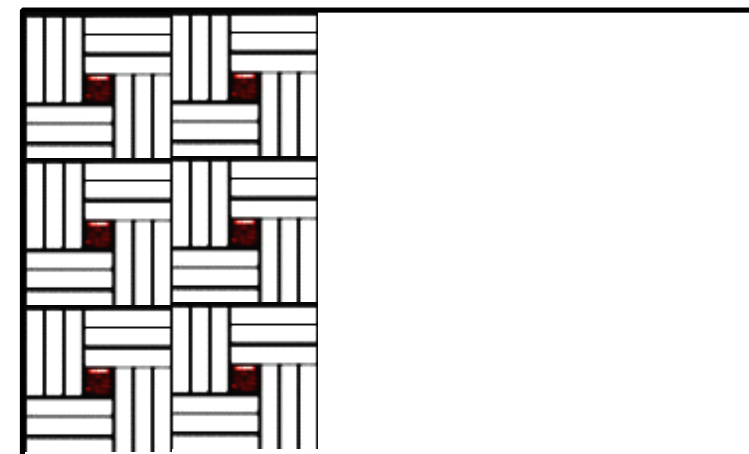
理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

7	)	385	231
		346	
11	)	55	33
		55	
		0	33
			33
			0
		5	3

77x77cm  
のタイル



9. 従って、**見積もり**は

「1辺7cm、11cm、77cmが**可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

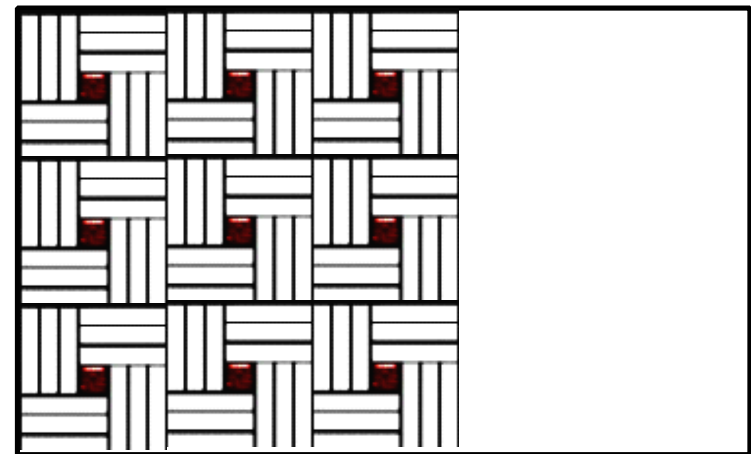
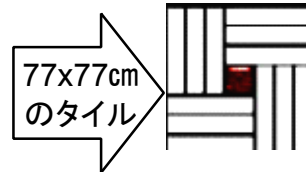
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{11 \ ) \ 55 \ 33} \\ \phantom{11 \ ) \ 55} \ 5 \ 3 \end{array}$$



9. 従って、**見積もり**は

「**1辺7cm、11cm、77cmが可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

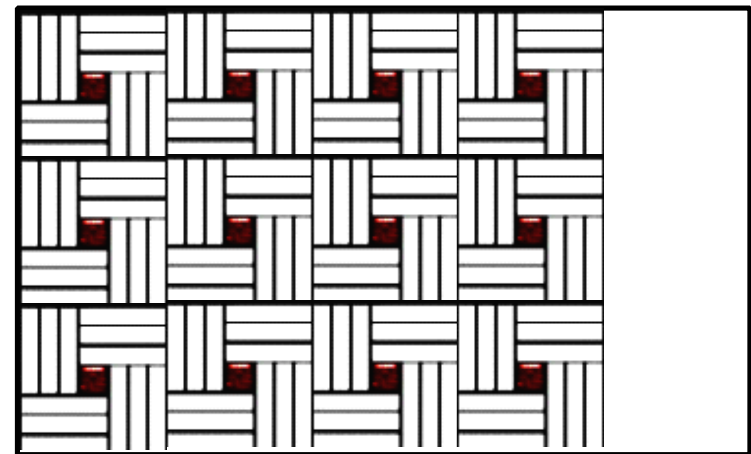
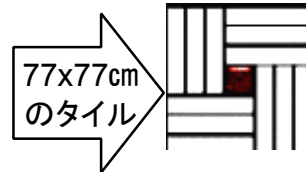
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{11 \ ) \ 55 \ 33} \\ \phantom{11 \ ) \ 55} \ 5 \ 3 \end{array}$$



9. 従って、**見積もり**は

「**1辺7cm、11cm、77cmが可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

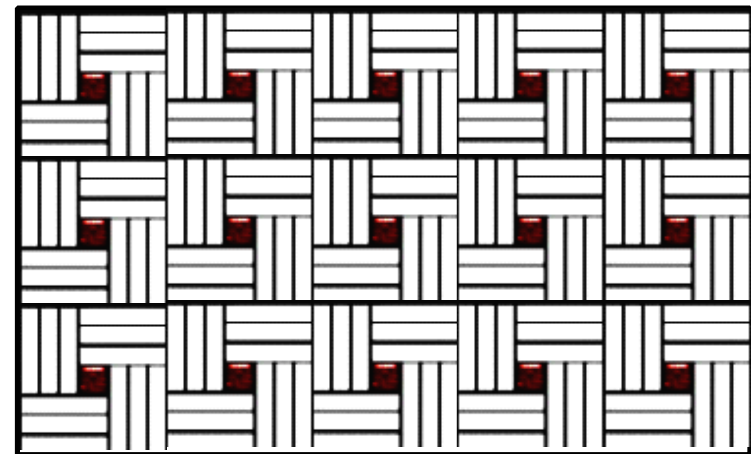
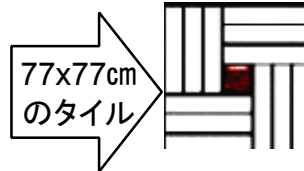
A “385と231の**共通要素**” を求めればOKです。

理由：**共通要素**＝横も縦も“**割り切れる値**”

→それを1辺とする正方形は敷き詰め可！

8. 「基本解法」で共通要素を求めると：

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{11 \ ) \ 55 \ 33} \\ \phantom{11 \ ) \ 55} \ 5 \ 3 \end{array}$$



9. 従って、**見積もり**は

「**1辺7cm、11cm、77cmが可能**」です。

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

10. つまり、**最大公約数**は  
例えばこの  
ような場合  
※の、



※

場合



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

10. つまり、**最大公約数**は  
例えばこの  
ような場合  
※の、



※**正方形を長方形**  
の中に（ごまか  
さずに）「敷き  
詰めたい」場合



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

10. つまり、**最大公約数**は  
例えばこの  
ような場合  
※の、

※正方形を長方形  
の中に（ごまか  
さずに）「敷き  
詰めたい」場合



また**最小公倍数**はこのような場合#の「**見積もり**」に不可欠なのです（#各自で「**学而思**」）。



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

11. ところで、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 385\ 231} \\ 11 \overline{) 55\ 33} \\ \hline 5\ 3 \end{array}$$

12.

$$\begin{array}{r} x \overline{) 377\ 299} \\ \hline ?\ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

11. ところで、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 385\ 231} \\ 11 \overline{) 55\ 33} \\ \hline 5\ 3 \end{array}$$

12. これを実に簡単に解けるのが  
「ユークリッドの互除法」

$$\begin{array}{r} x \overline{) 377\ 299} \\ \hline ?\ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

実際に簡単に解けるのが

「ユークリッドの互除法」

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \phantom{11} \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \hline \phantom{x} \ ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \phantom{11} \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \hline \phantom{x} \ ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、  
基本解法はその適用  
になります (cf. 下の例)。

最古の **algorithm** !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \phantom{11} \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \hline \phantom{x} \ ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

最古の **algorithm** !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{\phantom{0}00} \\ 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \underline{\phantom{0}00} \\ \phantom{0}5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \underline{\phantom{0}00} \\ \phantom{0} ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

最古の **algorithm** !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow$$

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \underline{11 \ ) \ 55 \ 33} \\ \phantom{11 \ ) \ 55} 5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \underline{\phantom{x \ ) \ 377} \phantom{299}} \\ \phantom{x \ ) \ 377} ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

最古の **algorithm** !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$$

$$\begin{array}{r} 7 \ ) \ 385 \ 231 \\ \hline 11 \ ) \ 55 \ 33 \\ \hline \phantom{11} \ 5 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \ ) \ 377 \ 299 \\ \hline \phantom{x} \ ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?



# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

最古の **algorithm** !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13 \\ 65/13=5\cdots 0$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 385\ 231} \\ 11 \overline{) 55\ 33} \\ \hline \phantom{11} 5\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \overline{) 377\ 299} \\ \hline \phantom{x} ?\ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？



Euclid (300? B.C. 想像図)

で、数値の桁が大きくなると、基本解法はその適用が難しくなります (cf. 下の例)。

最古の algorithm !

実際に簡単に解けるのが

## 「ユークリッドの互除法」

大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」

↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値

$$\begin{aligned} 377/13 &= 29 \\ 299/13 &= 23 \end{aligned}$$

$$377/299 = 1 \cdots 78 \rightarrow 299/78 = 3 \cdots 65 \rightarrow 78/65 = 1 \cdots 13$$

$$65/13 = 5 \cdots 0 \quad \text{確かに13は377と299の最大公約数！}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 385 \ 231} \\ 11 \overline{) 55 \ 33} \\ \underline{\phantom{11} 5 \phantom{0} 3} \end{array}$$
  

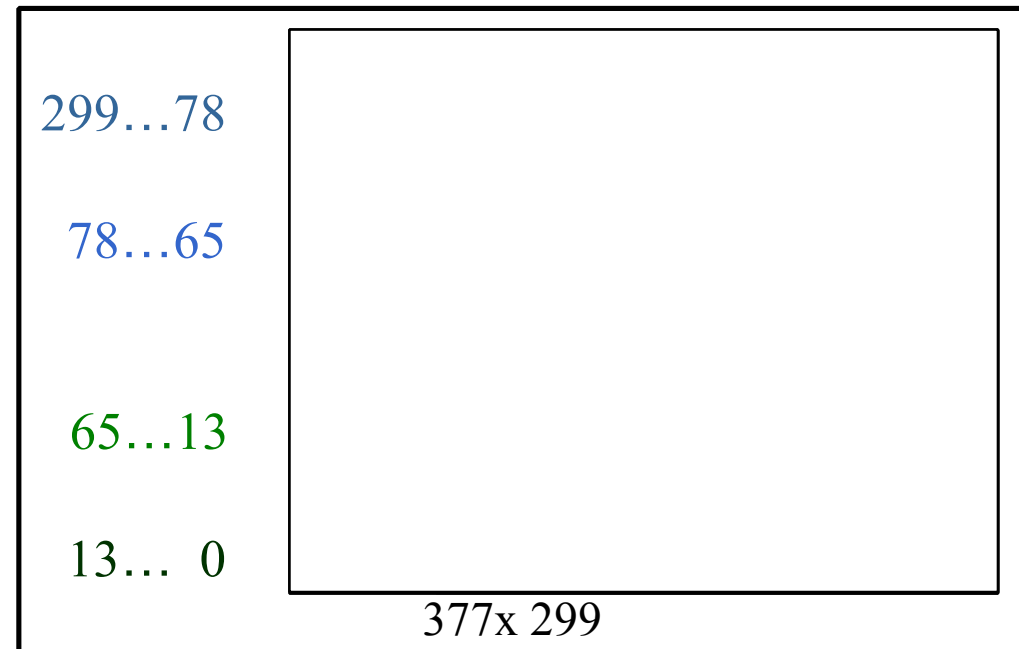
$$\begin{array}{r} x \overline{) 377 \ 299} \\ \phantom{x} \ ? \ ? \end{array}$$

How to solve this?

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. この方法が何を  
しているのかは、右の図  
を「学而思」  
してみましょう。



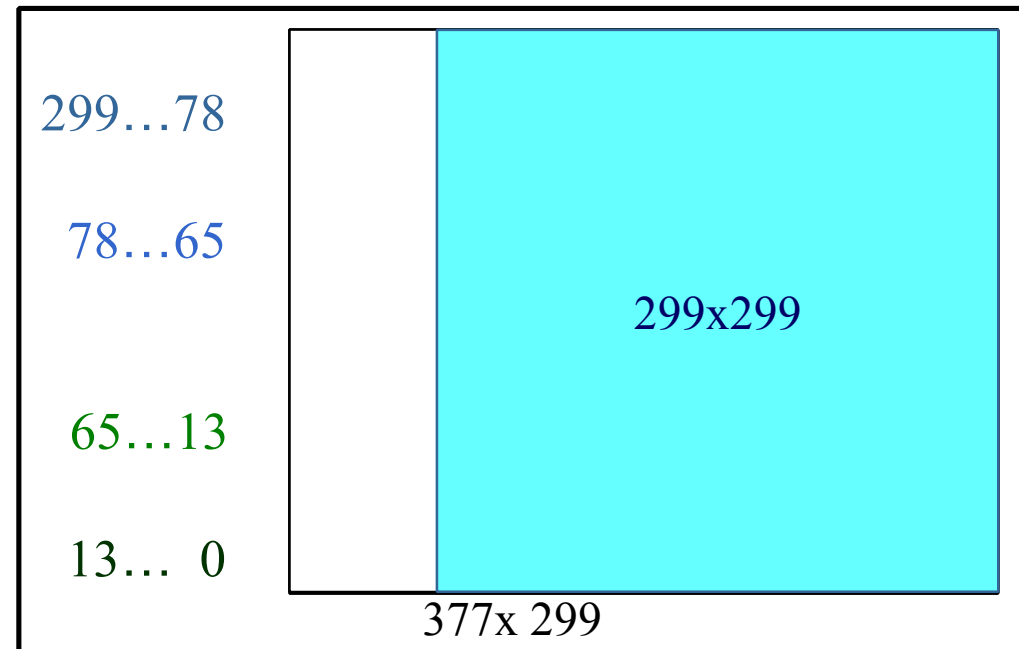
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$$
$$65/13=5\cdots 0 \quad \text{確かに13は377と299の最大公約数！}$$

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. この方法が何を  
しているのかは、右の図  
を「学而思」  
してみましょう。



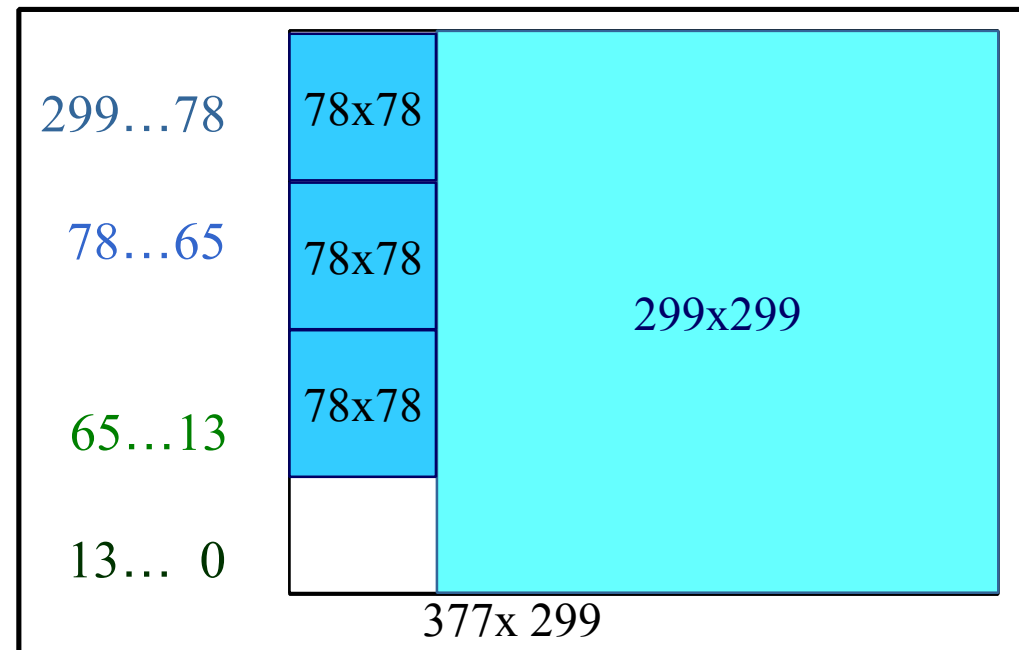
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$$
$$65/13=5\cdots 0 \quad \text{確かに13は377と299の最大公約数！}$$

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. この方法が何を  
しているのかは、右の図  
を「学而思」  
してみましょう。



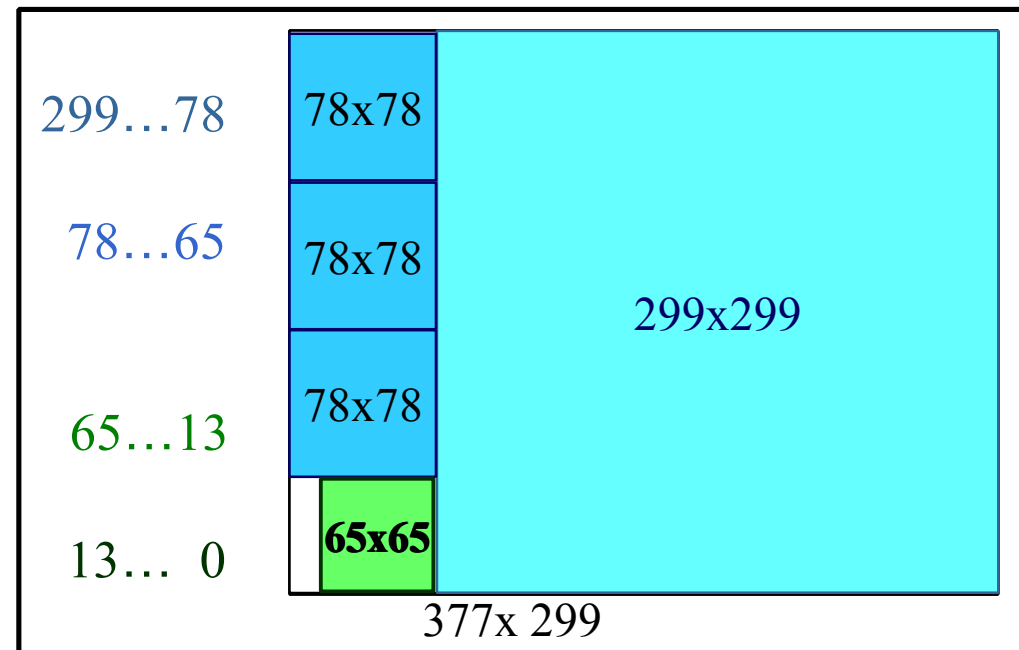
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$   
 $65/13=5\cdots 0$  確かに13は377と299の最大公約数！

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. この方法が何を  
しているのかは、右の図  
を「学而思」  
してみましょう。



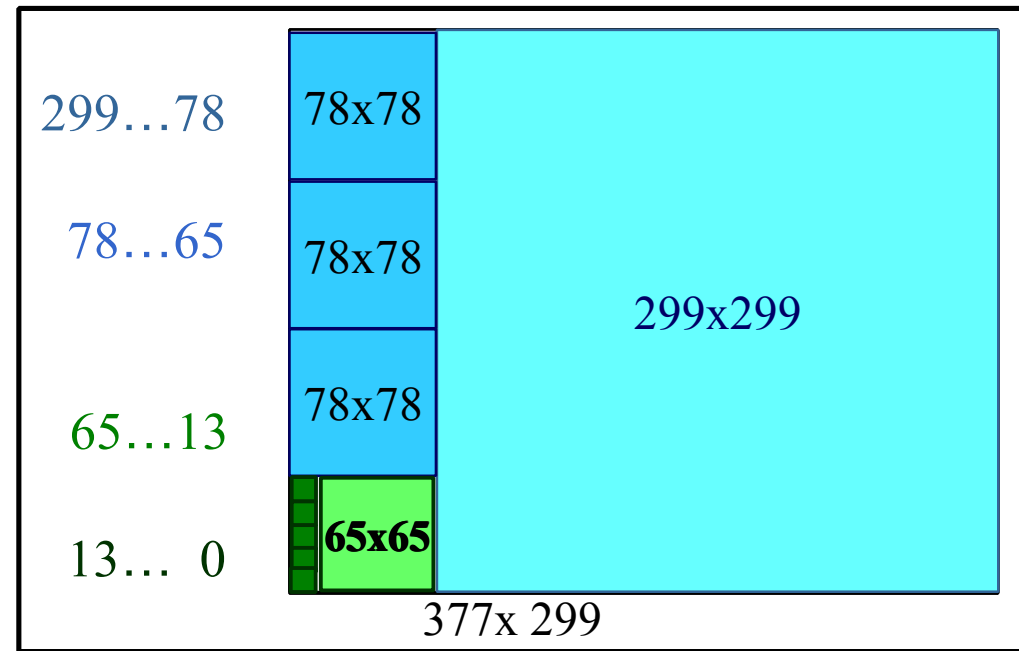
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$377/299=1\cdots78 \rightarrow 299/78=3\cdots65 \rightarrow 78/65=1\cdots13$   
 $65/13=5\cdots0$  確かに13は377と299の最大公約数！

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. この方法が何を  
しているのかは、右の図  
を「学而思」  
してみましょう。



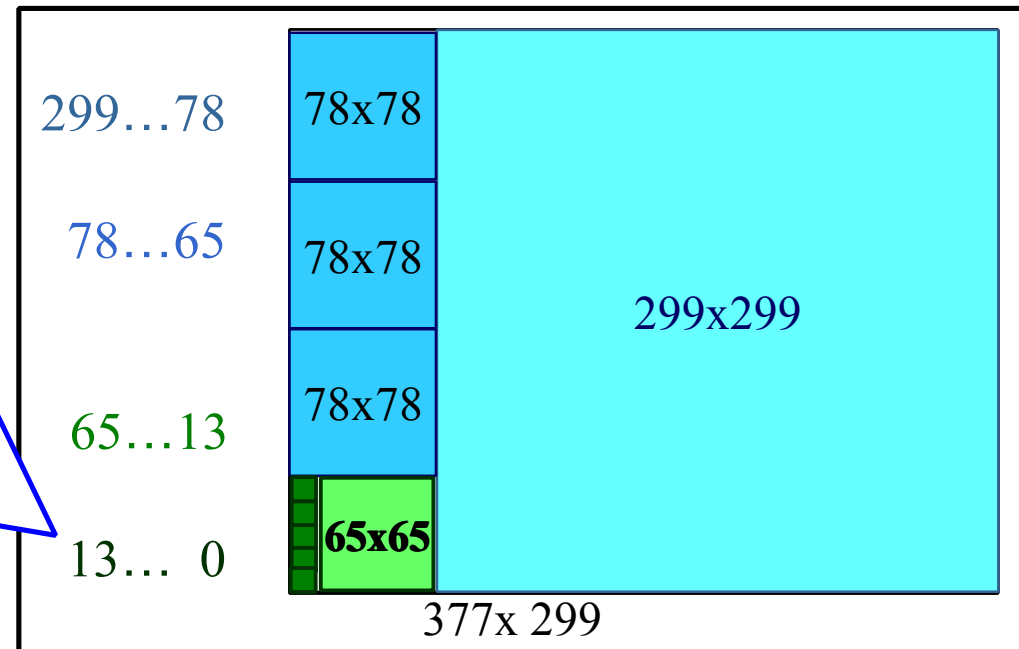
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$377/299=1\cdots78 \rightarrow 299/78=3\cdots65 \rightarrow 78/65=1\cdots13$   
 $65/13=5\cdots0$  確かに13は377と299の最大公約数！

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. 隙間が無くなるまで正方形を敷き詰める。



大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

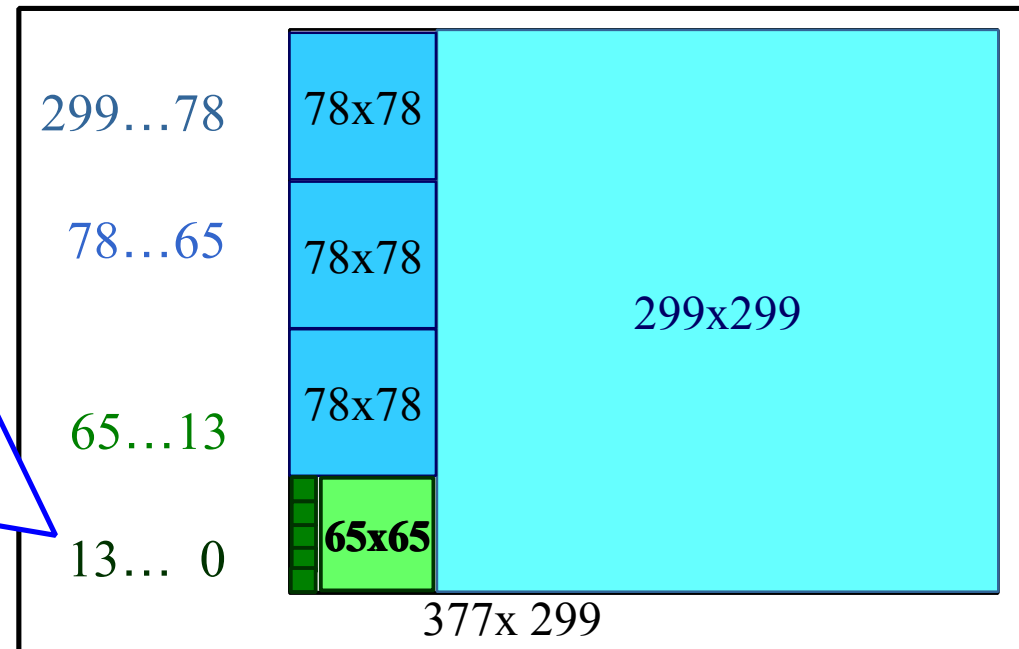
$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$   
 $65/13=5\cdots 0$  確かに13は377と299の最大公約数！



# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. 隙間が無くなるまで正方形を敷き詰める。  
敷き詰めきった時の正方形の一辺が「最大公約数」。



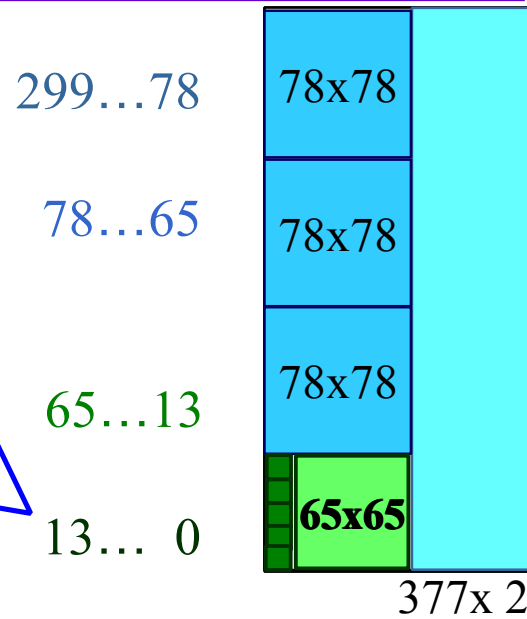
大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小の値が「答」  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の値とする。

$377/299=1\cdots 78 \rightarrow 299/78=3\cdots 65 \rightarrow 78/65=1\cdots 13$   
 $65/13=5\cdots 0$  確かに13は377と299の最大公約数！

# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

13. 隙間が無くなるまで正方形を敷き詰める。  
敷き詰めきった時の正方形の一边が「最大公約数」。



大の値を小の値で割る。余り = 0 → 小  
↑ (先の) 小の値を大の値、余りを小の

☆ Euclid (Eukleides) of Alexandria

Oxford大学の自然史博物館にある(想像的)Euclid像

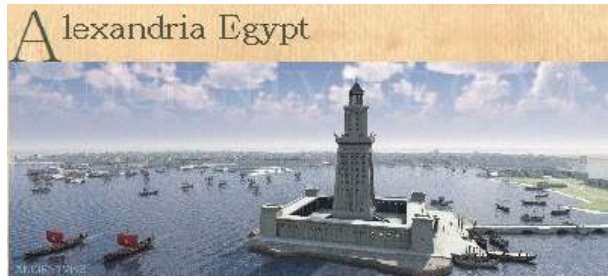
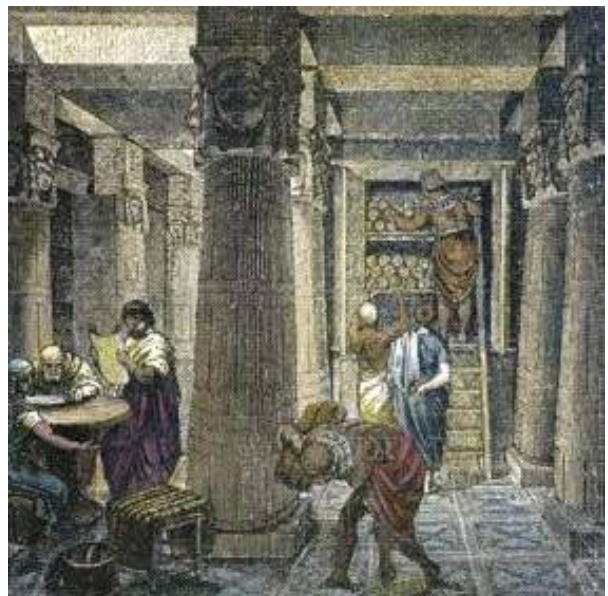
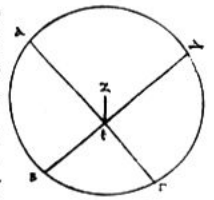




# 最大公約数は何の役に立つのか？

May 18, 2011  
加藤 厚

Ἐὰν δύο κλίμασι δύο ἄρθοι τόμοισι ἀλλήλων κλίματου κέν-  
 τρου οὐσαι. οὐτόμοισι ἀλλήλων διχῶν. ἄρα κλίμασιν ὁ  
 ΔΒΓΔ κέντρον αὐτῶν δύο ἄρθοι εἰ δὲ ΒΔ τόμοισι ἀλλήλων  
 κέντρον εἶ κλίματου κέντρον οὐσαι. ἴσως ὅτι οὐτόμοισι  
 ἀλλήλων διχῶν ἑξάρδωρατομ. τόμοισι ἀλλήλων διχῶν  
 ὡς τοῖσιν ἑξάρι τῆσιν κέντρον εἶ τῆσιν εἶ. τῆσιν δὲ εἶ τῆσιν εἶ  
 ἑξάρδωρα τοῦ κέντρον τοῦ ΔΒΓΔ κλίματου κέντρον τοῦ Ζ κέντρον  
 Ζάχθω κέντρον. ὡς οὐκ ἄρθοισι κλίματου κέντρον εἶ Ζ εἶ ἄρθοι  
 αὐτῶν τῆσιν ΔΓ διχῶν τῆσιν. ἴσως οὐκ ἄρθοισι αὐτῶν τῆσιν  
 ὁρθῆσιν ἀρα αὐτῶν ἢ ἴσως Ζεδ. ὡς οὐκ ἄρθοισι ἢ Ζεδ ἄρθοισι  
 τῆσιν εἶ ΒΔ διχῶν τῆσιν. ἴσως οὐκ ὁρθῆσιν αὐτῶν τῆσιν  
 ὁρθῆσιν ἀρα ἢ ἴσως Ζεδ. ὡς οὐκ ἄρθοισι ἢ Ζεδ ὁρθῆσιν  
 ἴσως ἀρα ἢ ἴσως Ζεδ. τῆσιν ἴσως Ζεδ. ἴσως  
 ἴσως οὐκ ἄρθοισι. ὡς οὐκ ἄρθοισι ἀρῶν  
 τῶν οὐκ ἀρα εἰ δὲ ΒΔ τόμοισι ἀλλήλων  
 διχῶν. ἄρα οὐκ ἀρα δύο κλίμασι δύο  
 ἄρθοισι τόμοισι ἀλλήλων. ὡς οὐκ ἄρθοισι  
 ἄρα δύο κλίμασι τόμοισι ἀλλήλων. οὐκ ἄρθοισι αὐτῶν τοῦ  
 τοῦ κέντρον. δύο γὰρ κλίμασι οἱ ΔΒΓΔ κέντρον ἀρα ἀρῶν  
 ἀλλήλων κέντρον εἶ ὁρθῆσιν. ἴσως ὅτι οὐκ ἄρθοισι αὐτῶν τοῦ  
 αὐτοῦ κέντρον. ἑξάρδωρατομ. ὡς οὐκ ἄρθοισι ἄρα ἢ εἶ  
 ἢ διχῶν ἢ εἶ ΖΗ ὡς οὐκ ἄρθοισι. ἴσως οὐκ ἄρθοισι κέντρον  
 αὐτοῦ ΔΒΓΔ κλίματου. ἴσως οὐκ ἄρθοισι ἢ εἶ τῆσιν εἶ. ὡς οὐκ ἄρθοισι  
 ἄρα οὐκ ἄρθοισι κέντρον αὐτοῦ ΓΔΗ κλίματου. ἴσως οὐκ ἄρθοισι τῆσιν  
 εἶ Η. ὡς οὐκ ἄρθοισι ἢ εἶ τῆσιν εἶ Ζ. ἴσως ἢ εἶ ἀρα τῆσιν εἶ Η



確かに「幾何学原論」(Elementa geometricae)は残されています。

☆ Euclid (Eukleides) of Alexandria  
 その実在は(「王道なし」の逸話同様)不明。